

Note concernant l'exercice 4 du TD2 sur la jonction PN abrupte

Démonstration de la relation : $\psi_0 = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$

Du côté P : $n = N_c \exp -\frac{E_{cp}-E_f}{kT} = \frac{n_i^2}{N_a}$, d'où : $E_{cp} = E_f - kT \ln \frac{n_i^2}{N_c N_a}$

De même, du côté N : $n = N_c \exp -\frac{E_{cn}-E_f}{kT} = N_d$, donc : $E_{cn} = E_f - kT \ln \frac{N_d}{N_c}$

Or, ψ_0 est défini par : $q\psi_0 = E_{cp} - E_{cn}$

On obtient donc la relation : $\boxed{\psi_0 = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}}$

Calcul de la largeur de la ZCE dans le cas d'une jonction abrupte

L'équation de Maxwell-Gauss, valable dans notre jonction PN s'écrit :

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_{sc}}$$

On va résoudre cette équation sur toute la longueur de la jonction PN.

Pour $-x_p \leq x \leq 0$: $\frac{dE}{dx} = -\frac{qN_a}{\epsilon_{sc}}$, soit : $E(x) = -\frac{qN_a}{\epsilon_{sc}}(x + x_p)$,

car le champ $\vec{E}$ est nul dans la zone quasi-neutre P (et donc à fortiori en $x = -x_p$).

De même, pour $0 \leq x \leq x_n$: $\frac{dE}{dx} = \frac{qN_d}{\epsilon_{sc}}$, soit en intégrant : $E(x) = \frac{qN_d}{\epsilon_{sc}}(x - x_n)$,
car le champ $\vec{E}$ est nul dans la zone quasi-neutre N (et donc à fortiori en $x = x_n$).

La continuité du champ $\vec{E}$ en $x = 0$ nous donne une relation supplémentaire :

$$E(0) = -\frac{qN_a}{\epsilon_{sc}}x_p = -\frac{qN_d}{\epsilon_{sc}}x_n$$

c'est à dire :

$$\boxed{N_a x_p = N_d x_n}$$

On en déduit que la zone de charge d'espace s'étend du côté le moins dopé.

Pour obtenir la relation liant la largeur totale de la ZCE (W) et ψ_0 , il suffit d'intégrer le champs sur la ZCE : la différence de potentiel obtenue correspond, à un facteur q près, à la différence d'énergie entre les deux bandes de conduction :

$$\begin{aligned}
\psi_0 &= \frac{E_{cp} - E_{cn}}{q} \\
&= V_p - V_n \\
&= \int_P^N dV \\
&= - \int_{-x_p}^{x_n} E(x) dx \\
&= - \int_{-x_p}^0 - \frac{qN_a}{\epsilon_{sc}} (x + x_p) dx - \int_0^{x_n} \frac{qN_d}{\epsilon_{sc}} (x - x_n) dx \\
&= \frac{qN_a}{\epsilon_{sc}} (0 - \frac{x_p^2}{2} + x_p x_p) - \frac{qN_d}{\epsilon_{sc}} (\frac{x_n^2}{2} - 0 - x_n x_n) \\
&= \frac{q}{\epsilon_{sc}} (N_a \frac{x_p^2}{2} + N_d \frac{x_n^2}{2})
\end{aligned}$$

En utilisant l'équation reliant les deux abscisses x_n et x_p :

$$\begin{aligned}
\psi_0 &= \frac{q}{2\epsilon_{sc}} (\frac{N_d^2}{N_a} x_n^2 + N_d x_n^2) \\
&= \frac{qN_d^2}{2\epsilon_{sc}} (\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}) x_n^2
\end{aligned}$$

On en déduit alors W :

$$\begin{aligned}
W &= x_n + x_p \\
&= (1 + \frac{N_d}{N_a}) x_n \\
&= N_d (\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}) \sqrt{\frac{\psi_0}{\frac{qN_d^2}{2\epsilon_{sc}} (\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d})}}
\end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{W = \sqrt{\frac{2\psi_0\epsilon_{sc}}{q} (\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d})}}$$

