

Chapitre 2

La jonction PN

Introduction

La jonction PN est l'un des dispositifs à semiconducteurs le plus simple. Deux semiconducteurs de type différents sont juxtaposés et forment, comme nous le verrons plus loin, une diode. Par soucis de simplicité, nous nous limiterons au cas d'une jonction constituée du même matériau (homo-jonction). La figure 2.1 permet de faire le lien entre le schéma conventionnel d'une diode et les semiconducteurs la constituant.

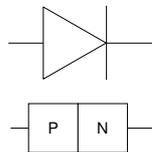


FIG. 2.1 – Symbole d'une diode et semiconducteurs correspondants.

Que l'étude soit à l'équilibre ou hors équilibre, nous commencerons par en faire une étude qualitative, qui doit aider à la compréhension de la diode et en particulier au calcul des courants.

2.1 Etude à l'équilibre

Nous allons considérer dans cette étude que la jonction est isolée. Etant à l'équilibre thermodynamique, on rappelle que la structure entière est caractérisée par un unique niveau de Fermi, qui est constant.

2.1.1 Approche qualitative

Cette approche consiste à supposer que la jonction PN est réalisée par deux barreaux P et N accolés : on considèrera dans un premier temps deux semiconducteurs P et N isolés l'un de l'autre, puis on les mettra en contact. Il s'agit bien entendu

d'un principe théorique, qui ne peut pas être vérifié par une expérience. Mais cette approche a le mérite d'expliquer simplement la situation.

Approche par les atomes dopants

Considérons les deux semiconducteurs N et P séparés, comme cela est représenté sur la figure 2.2(a). Seuls les atomes dopants sont représentés, avec leurs porteurs relatifs. Chaque atome ionisé est chargé :

- côté P, les atomes accepteurs privés des trous mis en jeu sont chargés négativement
- côté N, les atomes donneurs, privés de leurs électrons mis en jeu sont chargés positivement

Réunissons les deux barreaux (figure 2.2(b)). La région de type P est caractérisée par une forte densité de trous (porteurs majoritaires) et une faible quantité d'électrons (porteurs minoritaires). Inversement, la région de type N est caractérisée par une forte densité d'électrons (porteurs majoritaires) et une faible densité de trous (minoritaires). La répartition des porteurs est donc fortement inhomogène de part et d'autre de la jonction. Un phénomène de diffusion va alors débiter de part et d'autre de la jonction, afin d'homogénéiser le dispositif : les trous de la région P vont diffuser vers la région N, où ils deviendront minoritaires, et les électrons de la région N vont diffuser vers la région P (où ils deviendront également minoritaires). Chaque porteur minoritaire va alors se recombiner et peu de temps après, on aura une région dépourvue de porteurs proche de la jonction (figure 2.2(c)) : cette zone est appelée **zone de charge d'espace**, et sera notée **ZCE** (ou éventuellement zone de désertion ou de déplétion).

Le phénomène devrait alors se généraliser aux zones plus éloignées de la jonction, et tendre ainsi vers un dispositif dépourvu de porteurs.

Mais en réalité, un autre phénomène va se produire, s'opposant à cette diffusion et aboutissant à un état d'équilibre. Lorsque les porteurs disparaissent de part et d'autre de la jonction (par recombinaison), définissant ainsi une ZCE, les atomes donneurs ou accepteurs n'ont plus leurs charges respectives (électron ou trou) assurant leur électro-neutralité : ils deviennent donc des ions et sont chargés. **La zone de charge d'espace est alors chargée négativement dans la région de type P et positivement dans la région de type N.** Ces charges créent alors un champ électrique interne \vec{E} , orienté de la région N vers la région P. De part et d'autre de cette zone, on retrouve :

- une région de type P à gauche, semblable à l'état initial, zone où la diffusion n'a pas eu lieu, appelée **zone quasi-neutre P** et restant à l'équilibre (ZQN P)
- une région de type N à droite, semblable à l'état de départ, dans laquelle la diffusion n'a pas eu lieu, appelée **zone quasi-neutre N** et qui reste à l'équilibre (ZQN N)

Les électrons de la zone quasi-neutre N, qui ont tendance à diffuser vers la région de type P, traversent la ZCE (figure 2.3(d)) et subissent une force $\vec{f} = -q\vec{E}$, qui s'oppose à leur déplacement (dû à la diffusion). De même, les trous de la zone quasi-

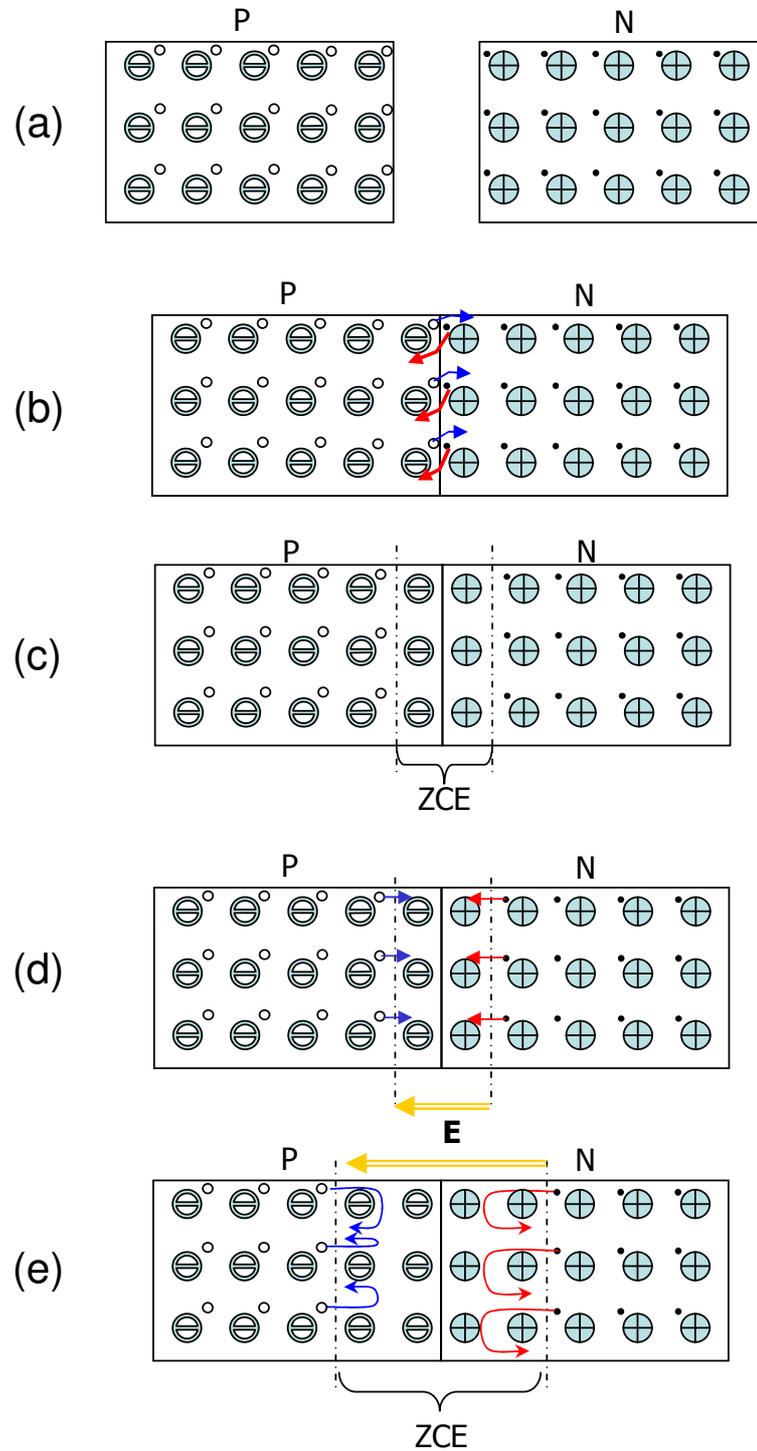


FIG. 2.2 – Etablissement de l'équilibre dans une jonction PN : on part des deux SC isolés (a), et on aboutit à la jonction PN à l'équilibre (e).

neutre P, qui ont tendance à diffuser vers la région de type N, subissent une force $\vec{f} = q\vec{E}$ qui s'oppose à leur déplacement (dû à la diffusion). **Le champ électrique s'oppose ainsi à la diffusion des porteurs** (figure 2.2(e)).

On aboutit à un état d'équilibre lorsque le mécanisme de conduction (ie l'effet du champ électrique) compense la diffusion des porteurs.

Diagramme des bandes

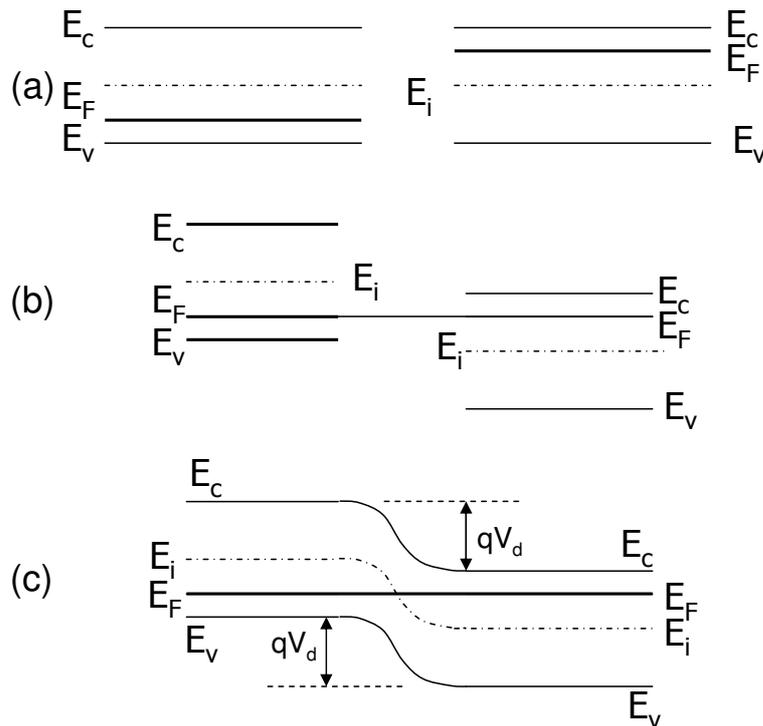


FIG. 2.3 – Construction du diagramme des bandes d'une jonction PN à l'équilibre : (a) diagramme des deux SC isolés ; (b) diagramme du dispositif à l'équilibre, dans les zones quasi-neutres ; (c) diagramme complet

Le raisonnement précédent peut être vu par l'étude du diagramme des bandes d'énergie. La situation de départ précédente correspond aux diagrammes des bandes de la figure 2.3(a). Les deux barreaux étant isolés, les deux niveaux de Fermi ne sont pas alignés, traduisant une différence de densité de porteurs : la densité d'électrons (resp. de trous) est plus importante dans le SC de type N (resp. de type P) que dans le SC de type P (resp. de type N).

Rapprochons ces deux barreaux de type différent. La structure à l'équilibre est alors caractérisée par un unique niveau de Fermi constant dans le matériau : c'est la figure 2.3(b). Afin d'égaliser les deux niveaux de Fermi, électrons et trous (respectivement de la zone N et P) vont diffuser de part et d'autre de la jonction. Au fur et à mesure de cette diffusion, les deux niveaux Fermi vont se rapprocher.

Loin de la jonction, dans les zones quasi-neutres, on retrouve l'équilibre précédent :

les écarts entre le niveau de Fermi et les bandes doivent être les mêmes que les écarts de la figure 2.3(a). On complète ensuite ce diagramme par continuité (le matériau étant le même, le champ électrique est continu : le diagramme des bandes aussi). On aboutit alors au diagramme de la figure 2.3(c).

On constate qu'une barrière de potentiel apparaît au niveau de la bande de conduction et de valence. Cela signifie que les électrons de la zone quasi neutre N (resp. les trous de la région quasi-neutre P) doivent franchir cette barrière (ie avoir une énergie plus importante) pour diffuser dans la région de type P (resp. de type N). Cette barrière limite ainsi la diffusion des porteurs majoritaires. On retrouve ici l'action du champ électrique qui s'oppose à cette diffusion.

2.1.2 Modélisation du diagramme des bandes

Il est utile de savoir modéliser le diagramme des bandes d'énergie, car ce dernier permet, entre autre, de savoir le comportement des dispositifs, non seulement à l'équilibre, mais aussi hors équilibre. En outre, une telle modélisation permet d'avoir accès aux paramètres caractéristiques des phénomènes internes, comme par exemple la largeur de la zone de charge d'espace.

Calcul de la barrière de potentiel

Quel que soit le modèle de jonction utilisé, sans avoir la connaissance exacte des variations des bandes, on peut calculer la barrière de potentiel décrite dans le paragraphe précédent. Deux méthodes existent :

1. *Calcul de V_d par les densités de porteurs.*

La figure 2.3 nous permet d'écrire cette hauteur de barrière de potentiel en fonction de la position des bandes d'énergie. Si E_{cn} et E_{cp} désignent les bandes de conduction dans les zones quasi-neutres N et P, alors :

$$qV_d = E_{cp} - E_{cn} \quad (2.1)$$

Par ailleurs, on peut écrire les densités d'électrons dans ces deux zones, compte-tenu des dopages des deux semiconducteurs :

$$n \approx N_d = N_c e^{-(E_{cn}-E_F)/k_B T} \text{ dans la ZQN N} \quad (2.2)$$

$$n \approx \frac{n_i^2}{N_a} = N_c e^{-(E_{cp}-E_F)/k_B T} \text{ dans la ZQN P} \quad (2.3)$$

En effectuant le rapport de ces deux équations, on obtient :

$$\boxed{V_d = \frac{k_B T}{q} \ln \left(\frac{N_a N_d}{n_i^2} \right)} \quad (2.4)$$

2. *Calcul de V_d par les densités de courant.*

Le potentiel $V(x)$ dans la jonction s'exprime en fonction du champ électrique : $E(x) = -dV/dx$. La barrière de potentiel s'écrit alors :

$$V_d = \int_{ZQNP}^{ZQNN} dV = \int_{ZQNP}^{ZQNN} -E(x) dx \quad (2.5)$$

A l'équilibre, les mécanismes de diffusion et de conduction se compensent. Si on considère les électrons, cela signifie que la densité de courant d'électrons est nulle :

$$\vec{j}_n(x) = \vec{j}_{n \text{ diff}}(x) + \vec{j}_{n \text{ cond}}(x) = \vec{0} \quad (2.6)$$

ce qui s'exprime :

$$q\mu_n n E(x) + qD_n \frac{dn}{dx} = 0 \quad (2.7)$$

Compte-tenu de la relation d'Einstein, cette équation permet d'exprimer la quantité $-E(x)dx$:

$$-E(x)dx = \frac{k_B T}{q} \frac{dn}{n} \quad (2.8)$$

L'équation 2.5 devient alors :

$$V_d = \int_{ZQNP}^{ZQNN} \frac{k_B T}{q} \frac{dn}{n} \quad (2.9)$$

$$= \frac{k_B T}{q} [\ln n]_{n_i^2/N_a}^{N_d/n_i^2} \quad (2.10)$$

D'où la relation :

$$V_d = \frac{k_B T}{q} \ln \left(\frac{N_a N_d}{n_i^2} \right) \quad (2.11)$$

Principe de la modélisation

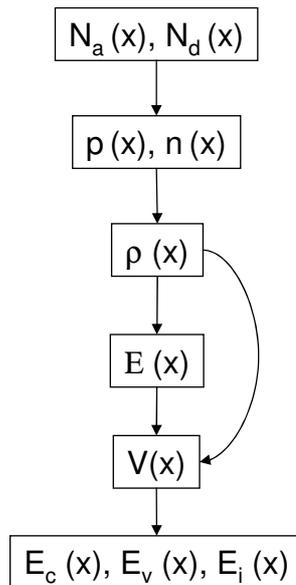


FIG. 2.4 – Principe de la modélisation d'une jonction à l'équilibre.

L'étude des jonctions PN, et plus largement des jonctions, repose sur une méthode illustrée sur la figure 2.4, valable pour toutes les modélisations de l'équilibre. Les différentes étapes sont les suivantes :

1. on part de la répartition de la densité d'atomes donneurs et accepteurs ($N_d(x)$ et $N_a(x)$)
2. on en déduit la répartition des densités de porteurs ($n(x)$ et $p(x)$), moyennant certaines hypothèses dont l'hypothèse des atomes dopants ionisés, consistant à supposer que chaque atome dopant fournit un porteur
3. on en déduit la densité de charge dans le dispositif ($\rho(x)$)
4. par intégration de l'équation de Maxwell-Gauss : $\text{div}\vec{E} = \rho/\varepsilon$, on en déduit le champ électrique dans la structure
5. par intégration du champ, on en déduit le potentiel ($\vec{E} = -\overrightarrow{\text{Grad}}V$) : $V(x)$
6. compte-tenu de la relation entre le potentiel $V(x)$ et les bandes d'énergie ($E_c(x) = -qV(x) + cte$), on en déduit les variations des bandes d'énergie

Remarque : l'étape 4 peut être évitée. On peut en effet appliquer l'équation de Poisson : $\Delta V = -\rho(x)/\varepsilon$.

Dans les applications numériques, on veillera à ne pas oublier la permittivité relative du semiconducteur : cette étude ne concerne pas le vide !

Modèle de la jonction abrupte

Hypothèses Le modèle de la jonction abrupte repose sur une variation discontinue de la densité de donneurs et d'accepteurs de part et d'autre de la jonction :

$$N_a(x) = \begin{cases} N_a & \text{pour } x \leq 0 \\ 0 & \text{pour } x \geq 0 \end{cases}, \quad N_d(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x \leq 0 \\ N_d & \text{pour } x \geq 0 \end{cases}$$

Par ailleurs, la densité de ces impuretés est constante dans chaque région de la diode. Enfin, nous supposons que les densités de porteurs aux extrémités de la zone de charge d'espace sont également discontinues : elles valent la valeur d'équilibre dans les zones quasi-neutres et sont nulles dans la ZCE (rappelons que la ZCE est dépourvue de porteurs).

La figure 2.5 illustre les résultats de chaque étape de la modélisation.

Calcul de la densité de charges Le profil de la densité de charge (figure 2.5) se déduit des hypothèses de la jonction abrupte, connaissant le profil des impuretés (et donc des densités de porteurs). On suppose que la zone de charge d'espace est comprise entre les abscisses $x = -W_p$ et $x = +W_n$.

Par ailleurs la jonction reste globalement neutre. Cette équation de l'électroneutralité s'écrit alors :

$$\boxed{N_a W_p = N_d W_n} \quad (2.12)$$

Ainsi, la zone de charge d'espace s'étend du côté le moins dopé ¹.

¹ce résultat se comprend bien. Supposons que la zone P soit plus dopée que la zone N ($N_a \gg N_d$). Il faudra que les trous diffusent plus loin dans la zone N pour pouvoir se recombiner puisqu'ils sont plus nombreux.

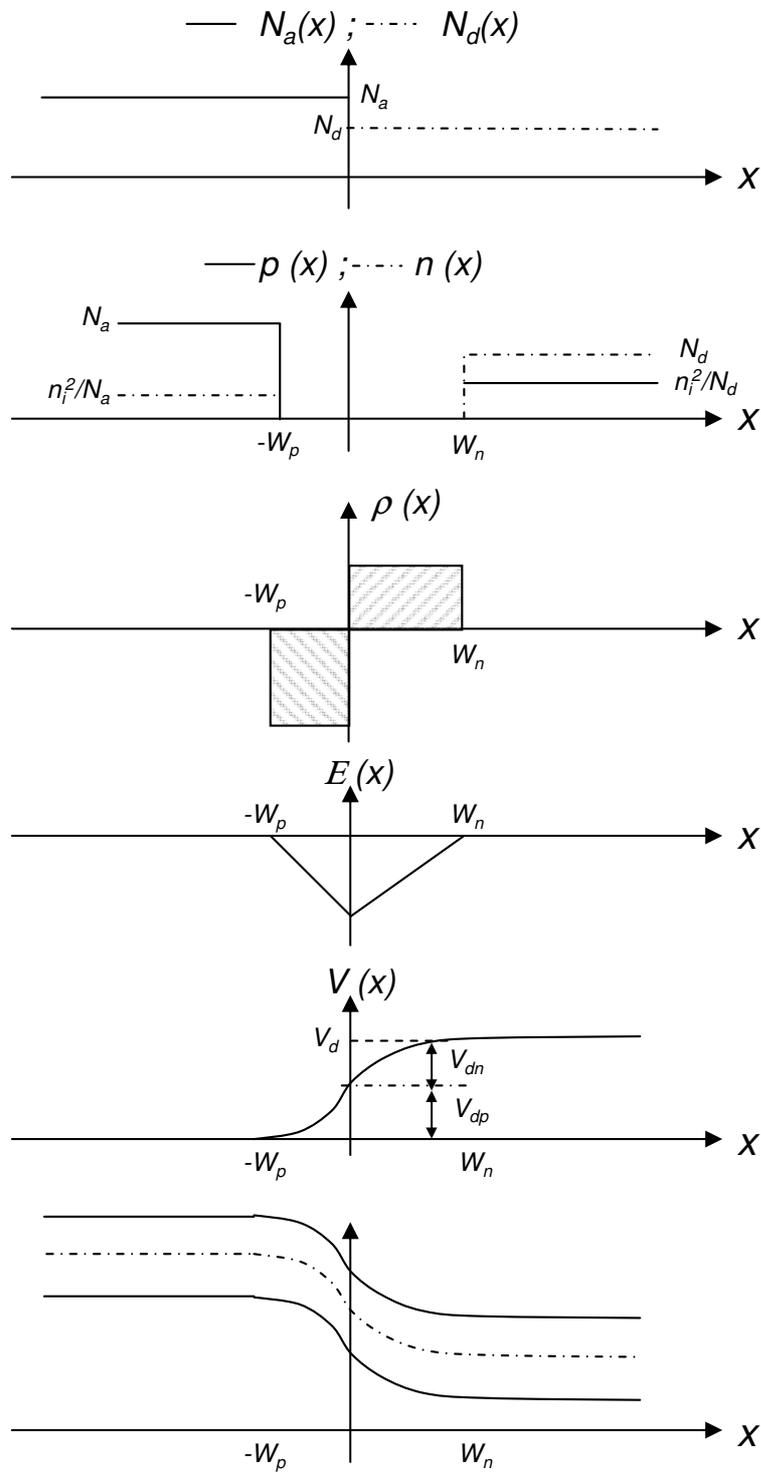


FIG. 2.5 – Modélisation de la jonction PN abrupte

Calcul du champ Il suffit d'intégrer le champ électrique dans chacune des zones. En notant E le projeté de \vec{E} sur \vec{u}_x :

- $x \leq -W_p$ et $x \geq W_n$: $\frac{dE}{dx} = 0$
Le champ électrique est donc constant. Ces zones n'étant pas chargées, on a :
 $E = 0$
- $-W_p \leq x \leq 0$: $\frac{dE}{dx} = \frac{-qN_a}{\epsilon}$.
Par intégration, et en utilisant la continuité du champ en $x = -W_p$: $E(x) = -\frac{qN_a}{\epsilon}(x + W_p)$.
- $0 \leq x \leq W_n$: $\frac{dE}{dx} = \frac{qN_d}{\epsilon}$.
Par intégration, et en utilisant la continuité du champ en $x = W_n$: $E(x) = \frac{qN_d}{\epsilon}(x - W_n)$.

Remarque : dans ce calcul, la condition de continuité en $x = 0$ n'a pas été utilisée. Cette condition donne le résultat suivant :

$$N_a W_p = N_d W_n \quad (2.13)$$

et permet ainsi de retrouver l'électro-neutralité de la structure.

Calcul du potentiel L'intégration (au signe près) des équations précédentes du champ permettent de trouver le potentiel $V(x)$ dans toute la structure. En particulier, on peut calculer la chute de potentiel dans la ZCE P (notée V_{dp}), la chute de potentiel dans la ZCE N (notée V_{dn}) et la barrière de potentiel V_d :

- $x \leq -W_p$ et $x \geq W_n$: $\frac{dV}{dx} = 0$
Le potentiel est donc constant. On choisira conventionnellement : $V(x \leq -W_p) = 0$ et $V(x \geq W_n) = V_d$ (potentiel de diffusion, correspondant à la barrière).
- $-W_p \leq x \leq 0$: $\frac{dV}{dx} = \frac{qN_a}{\epsilon}(x + W_p)$.
Par intégration, et en utilisant la continuité du potentiel en $x = -W_p$: $V(x) = \frac{qN_a}{2\epsilon}(x + W_p)^2$. Pour $x = 0$, on trouve alors l'expression de la barrière de potentiel V_{dp} côté P : $V_{dp} = \frac{qN_a}{2\epsilon}W_p^2$.
- $0 \leq x \leq W_n$: $\frac{dV}{dx} = -\frac{qN_d}{\epsilon}(x - W_n)$.
Par intégration, et en utilisant la continuité du potentiel en $x = 0$: $V(x) = -\frac{qN_d}{2\epsilon}(x - W_n)^2 + \frac{q}{2\epsilon}(N_d W_n^2 + N_a W_p^2)$.

La continuité du potentiel en $x = W_n$ permet de trouver une relation entre le potentiel de diffusion et la largeur de la zone quasi-neutre :

$$V_d = \frac{q}{2\epsilon}(N_d W_n^2 + N_a W_p^2) \quad (2.14)$$

En utilisant l'équation 2.12, on peut exprimer cette barrière de potentiel en fonction de W_n ou W_p :

$$V_d = \frac{q}{2\epsilon} \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right) N_d^2 W_n^2 \quad (2.15)$$

$$= \frac{q}{2\epsilon} \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right) N_a^2 W_p^2 \quad (2.16)$$

On peut alors en déduire la largeur totale W de la ZCE en fonction de la barrière de potentiel :

$$W^2 = (W_n + W_p)^2 \quad (2.17)$$

$$= \left(1 + \frac{N_d}{N_a}\right)^2 W_n^2, \text{ compte-tenu de l'équation 2.12} \quad (2.18)$$

$$= N_d^2 \left(\frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a}\right)^2 \times \frac{V_d}{\frac{q}{2\varepsilon} \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right) N_d^2}, \quad (2.19)$$

en utilisant l'équation 2.15

On aboutit donc à la formule :

$$\boxed{W^2 = \frac{2\varepsilon}{q} \left(\frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a}\right) V_d} \quad (2.20)$$

Si on connaît les dopages, on peut alors calculer la barrière de potentiel à l'aide de l'équation 2.11, puis en déduire la largeur de la ZCE d'après l'équation précédente. Remarque : On peut aussi retrouver ce résultat d'une manière légèrement différente. En effet :

$$V_d = \int_{-W_p}^{W_n} dV \quad (2.21)$$

$$= - \int_{-W_p}^{W_n} E(x) dx \quad (2.22)$$

$$= \frac{-E(0) \times W}{2} \text{ aire du triangle} \quad (2.23)$$

Or, le champ $E(0)$ vaut, d'après l'étude précédente : $E(0) = -\frac{qN_aW_p}{\varepsilon} = -\frac{qN_dW_n}{\varepsilon}$. En utilisant l'équation 2.15, on retrouve le même résultat.

Energie La connaissance des variations du potentiel permet alors d'en déduire les variations des bandes d'énergie, puisque l'énergie E_c (par exemple), est reliée au potentiel par la relation : $E_c(x) = -qV(x) + \text{constante}$.

2.2 Etude hors équilibre

La partie précédente a permis d'aboutir à la modélisation du diagramme des bandes, au calcul du champ et du potentiel ainsi qu'aux dimensions caractéristiques de l'équilibre, comme par exemple la largeur de la ZCE. Nous allons voir comment, à partir du modèle de l'équilibre, on peut en déduire les caractéristiques électriques, qui sont par nature "hors équilibre". Le modèle que nous développerons sera le modèle le plus simple de ce composant, qui possède un domaine de validité restreint. Notamment, il fonctionnera mal en inverse ainsi qu'aux fortes tensions. Mais il a le mérite d'être le plus simple et nous suffira à comprendre dans les grandes lignes le fonctionnement interne de ce dispositif. Durant toute cette partie, nous prendrons les conventions courant-tension classiques des diodes (figure 2.6).

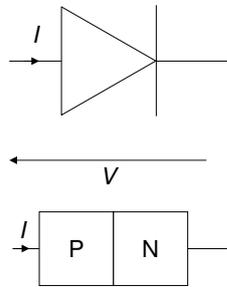


FIG. 2.6 – Conventions courant-tension d'une diode.

2.2.1 Approche qualitative

Perturbation du champ interne

La jonction PN à l'équilibre est caractérisée par trois zones, dont les caractéristiques électriques sont différentes :

- deux zones quasi-neutres qui sont caractérisées par des densités de porteurs élevées, et donc par une faible résistivité ².
- la zone de charge d'espace, qui est une zone dépourvue de porteurs, et donc fortement résistive.

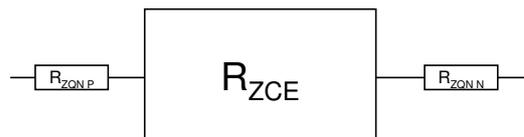


FIG. 2.7 – 3 zones résistives de la jonction PN.

²rappelons que la conductivité, qui est l'inverse de la résistivité, est proportionnelle à la densité de porteurs

On peut donc voir la jonction PN comme trois résistances en série³ (figure 2.7) : une résistance élevée (ZCE) prise en sandwich entre deux résistances de faibles valeurs (ZQN). Si on applique une tension à ce dispositif, la tension va alors s'appliquer à la zone la plus résistive du dispositif, c'est à dire à la ZCE. Les chutes de potentiel dans les ZQN sont négligeables. Ainsi, **seule la ZCE subira l'influence d'un champ externe**⁴.

Ce champ externe \vec{E}_{ext} s'ajoute donc au champ interne de l'équilibre \vec{E}_{eq} (au sens des vecteurs), créant un champ résultant $\vec{E} = \vec{E}_{eq} + \vec{E}_{ext}$. Deux cas sont alors possibles, en fonction du sens du champ (et donc du signe de la tension appliquée) : soit le champ externe est dans le même sens que le champ interne de l'équilibre (polarisation indirecte ou inverse de la diode), soit le champ externe est dans le sens opposé au champ interne, diminuant ce dernier (polarisation directe).

Considérons la figure 2.8(a) (diode polarisée en direct). Le champ total de la ZCE

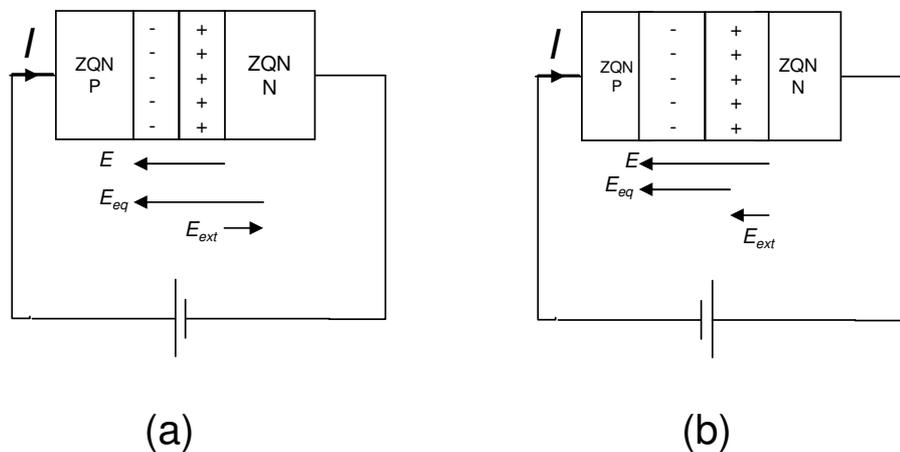


FIG. 2.8 – Jonction PN polarisée : (a) en direct ; (b) en inverse

est donc plus faible que le champ d'équilibre. La situation d'équilibre est donc modifiée : la diffusion des majoritaires de part et d'autre de la ZCE est favorisée au profit de la conduction. Ainsi, **la densité de porteurs minoritaires augmente de part et d'autre de la ZCE** (figure 2.9(a)).

Cette augmentation des minoritaires provoque une inhomogénéité des porteurs minoritaires dans les deux zones quasi-neutres, engendrant **un courant de diffusion de minoritaires**, qui est responsable du courant circulant dans la diode.

De manière analogue, la figure 2.8(b) présente la diode polarisée en inverse. Le champ total est augmenté par rapport à la valeur de l'équilibre. La conduction est donc favorisée, empêchant la diffusion des porteurs majoritaires. Les minoritaires vont en revanche être envoyés par conduction vers les régions où ils deviendront

³il faut faire attention avec cette appellation de résistance : nous verrons plus loin que la diode n'a pas la caractéristique d'une résistance. Ce qu'il faut retenir, c'est que les 3 zones ont localement des résistivités différentes.

⁴Nous verrons un peu plus loin que la taille de la ZCE sera modifiée ; le champ externe aura donc une influence au voisinage de la ZCE de l'équilibre.

majoritaires, entraînant ainsi une diminution des densités de porteurs minoritaires de part et d'autre de la ZCE (figure 2.9(b)).

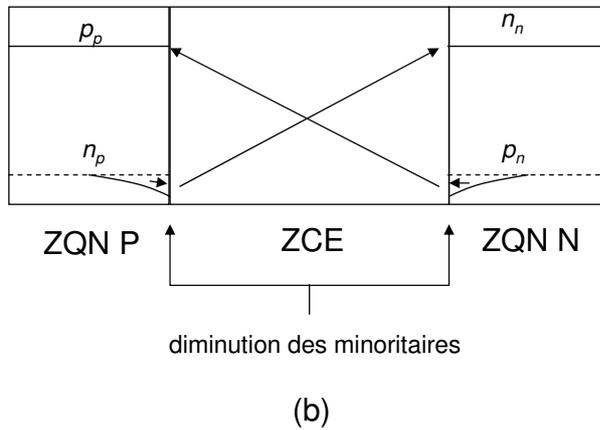
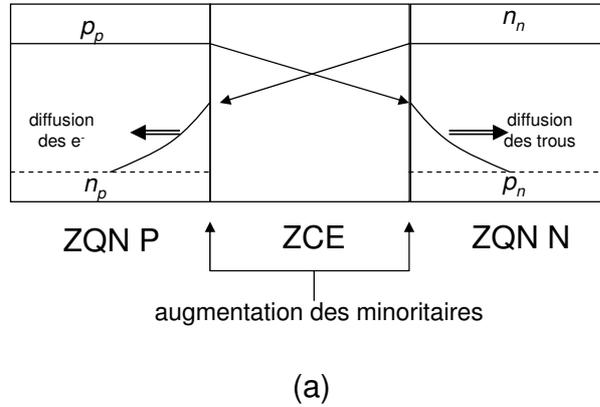


FIG. 2.9 – Répartition des porteurs hors équilibre : (a) en polarisation directe ; (b) en polarisation inverse

Modification des bandes d'énergie

Afin de justifier les modifications des bandes d'énergie, nous partons de l'état d'équilibre, qui est caractérisé par un unique niveau de Fermi. L'application d'une tension nous oblige à considérer alors deux quasi-niveaux de Fermi, qui rendent compte de la répartition des porteurs. Notons :

- $E_F^{(n)}$ le quasi-niveau de Fermi relatif aux électrons
- $E_F^{(p)}$ le quasi-niveau de Fermi relatif aux trous

Détaillons ce qui se produit sous champ dans les différentes zones du dispositif :
 – dans la ZCE et dans les ZQN proches ⁵ de la ZCE, les deux quasi-niveaux de Fermi sont disjoints, rendant compte des densités des porteurs qui évoluent différemment. On a donc : $E_F^{(n)}(ZCE) \neq E_F^{(p)}(ZCE)$ et $E_F^{(n)}(\text{proche ZCE}) \neq E_F^{(p)}(\text{proche ZCE})$.

⁵cette notion de proximité correspond à peu près à la longueur de diffusion

– dans les ZQN, loin de la ZCE, on retrouve une situation d'équilibre : les deux quasi-niveaux de Fermi sont égaux, puisqu'il s'agit d'un équilibre (local). Notons :

- $E_{Fn} = E_F^{(n)}(ZQN\ N) = E_F^{(p)}(ZQN\ N)$: le quasi-niveau de Fermi (unique) de la zone quasi-neutre N, rendant compte des deux population de porteurs dans cette zone.
- $E_{Fp} = E_F^{(n)}(ZQN\ P) = E_F^{(p)}(ZQN\ P)$: le quasi-niveau de Fermi (unique) de la zone quasi-neutre P, rendant compte des deux population de porteurs dans cette zone.

On a bien $E_{Fn} \neq E_{Fp}$.

On peut montrer que les quasi-niveaux de Fermi n'évoluent de manière significative qu'au voisinage de la ZCE (dans les ZQN), uniquement lorsqu'ils concernent les porteurs minoritaires, comme c'est représenté sur la figure 2.10. Ainsi, on peut écrire dans la ZCE :

$$E_F^{(n)}(ZCE) \approx E_{Fn} \quad (2.24)$$

$$E_F^{(p)}(ZCE) \approx E_{Fp} \quad (2.25)$$

$$(2.26)$$

Rappelons qu'à l'équilibre : $E_F = E_{Fn} = E_{Fp}$. Sous l'application d'une tension, les deux quasi-niveaux de Fermi vont se séparer et "encaisser" la différence de potentiel. Nous verrons que :

$$\boxed{E_{Fn} - E_{Fp} = qV} \quad (2.27)$$

Envisageons en effet les deux cas :

1. Polarisation directe : $V > 0$ (figure 2.10(b)). Le quasi-niveau E_{Fn} (côté N) augmente tandis que le niveau E_{Fp} (côté P) diminue ⁶. Ce sens de variation doit être cohérent avec le sens de parcours des électrons du générateur : on injecte bien des électrons côté N, ce qui implique une augmentation du niveau de Fermi associé, et on récupère des électrons côté P (ie on injecte des trous côté P), ce qui est bien cohérent avec une diminution du quasi-niveau de Fermi côté P.

Dans les zones quasi-neutres, loin de la ZCE la situation d'équilibre est maintenue : le quasi-niveau de Fermi associé reste à la même distance des bandes de valence et de conduction. Ces dernières se translatent donc également vers le haut côté N et vers le bas côté P. On peut ensuite compléter par continuité les allures des bandes d'énergie. La barrière de potentiel a donc été diminuée d'un facteur V : elle devient donc $V'_d = V_d - V$. Cette diminution est bien en accord avec la diminution du champ électrique vue précédemment : la barrière

⁶Si $V > 0$, cela signifie que le potentiel V_p appliqué côté P est plus grand que le potentiel V_n appliqué côté N : $V_p > V_n$. Les énergies variant en sens inverse du potentiel ($E = -qV$), on en déduit que $E_{Fn} > E_{Fp}$

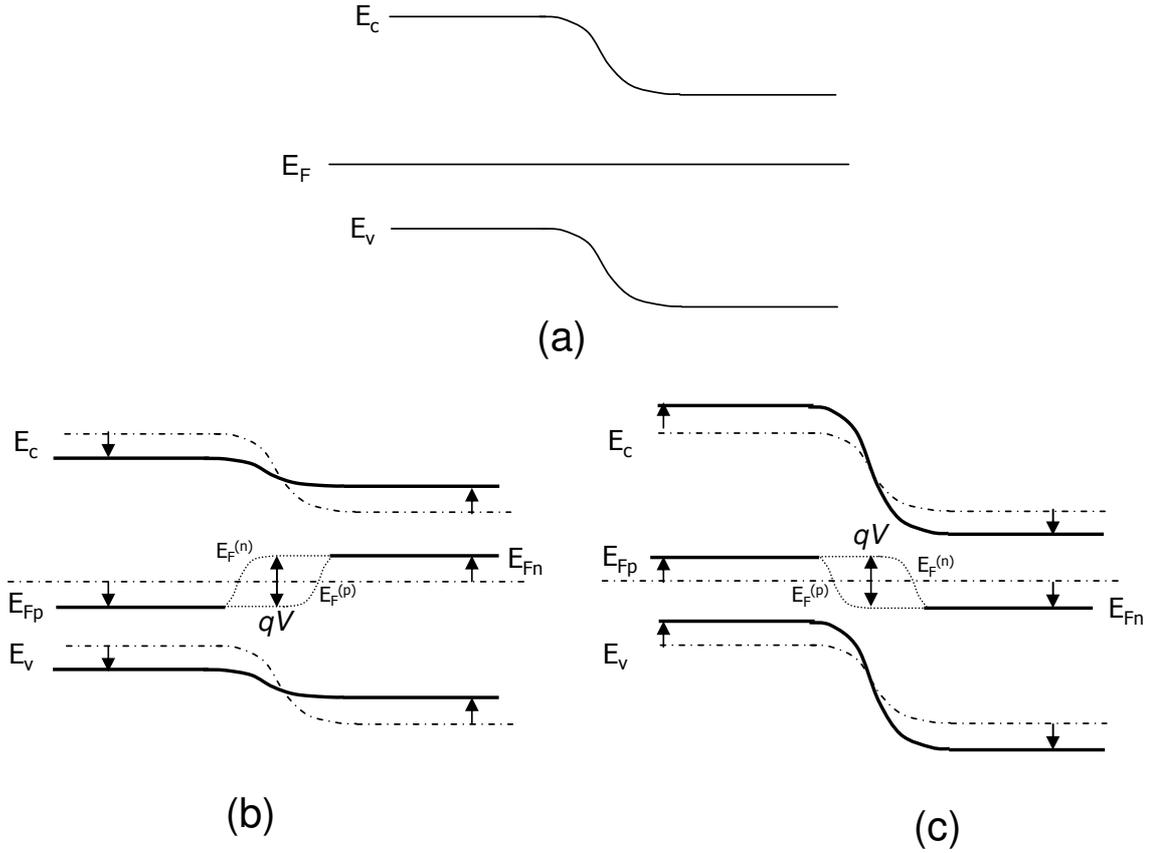


FIG. 2.10 – Diagramme des bandes d'énergie : (a) à l'équilibre ; (b) en polarisation directe ; (c) en polarisation indirecte. Les pointillés rappellent la situation d'équilibre. Par soucis de simplicité, les quasi-niveaux de Fermi n'ont pas été représentés dans la ZCE ni dans les ZQN N et P à proximité de la ZCE.

de potentiel étant plus faible, les porteurs majoritaires pourront alors plus facilement diffuser vers les zones où ils sont minoritaires, créant ainsi un courant direct important.

2. Polarisation inverse : $V < 0$ (figure 2.10(c)). Le fonctionnement est symétrique : le quasi-niveau E_{Fn} (resp. E_{Fp}) diminue (resp. augmente), entraînant une augmentation de la barrière de potentiel ($V'_d = V_d - V$). Les bandes d'énergies se translatent dans les zones quasi-neutres afin d'avoir les quasi-niveaux de Fermi maintenant l'équilibre dans ces zones. En complétant par continuité le diagramme des bandes dans la ZCE, on obtient le diagramme complet. La barrière de potentiel est plus élevée : les porteurs majoritaires diffusent moins qu'à l'équilibre.

De ces quasi-niveaux de Fermi, on en déduit la valeur du produit $p \times n$, en revenant à leur définition à partir des équations reliant les densités de porteurs aux quasi-niveaux de Fermi (eq 1.28, page 22), dans la ZCE :

$$pn = n_i e^{-(E_i - E_F^{(n)}(ZCE))/k_B T} \times n_i e^{(E_i - E_F^{(p)}(ZCE))/k_B T} \quad (2.28)$$

$$= n_i^2 e^{(E_F^{(n)}(ZCE) - E_F^{(p)}(ZCE))/k_B T} \quad (2.29)$$

$$\approx n_i^2 e^{(E_{Fn} - E_{Fp})/k_B T} \quad (2.30)$$

d'après les remarques précédentes concernant les quasi-niveaux de Fermi dans la ZCE.

On en déduit :

$$\boxed{pn = n_i^2 e^{qV/k_B T}} \quad (2.31)$$

Par ailleurs, le raisonnement précédent montre que le diagramme des bandes d'énergie est de forme identique à celui de l'équilibre à condition de remplacer la barrière de potentiel V_d par $V_d' = V_d - V$. La largeur de la ZCE s'écrit alors, en considérant l'équation 2.20 et la nouvelle barrière de potentiel :

$$\boxed{W^2 = \frac{2\varepsilon}{q} \left(\frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a} \right) (V_d - V)} \quad (2.32)$$

Ainsi, en polarisation directe, la ZCE est plus étroite qu'à l'équilibre : le champ est en effet plus faible et la diffusion plus facile. En polarisation inverse, la ZCE est plus large qu'à l'équilibre : le champ y est plus important.

2.2.2 Approche quantitative

Hypothèses d'études

Le calcul du courant que nous allons présenter, qui est le plus simple, repose sur les hypothèses suivantes :

1. Le potentiel ne s'applique que sur la ZCE. Il n'y a donc pas de phénomène de conduction dans les zones quasi-neutres ⁷.
2. On reste sous l'hypothèse de faible injection ⁸.
3. On supposera qu'il n'y a pas de génération ni de recombinaisons de porteurs dans la ZCE ⁹.
4. Les contacts seront considérés comme ohmiques, et présentant une résistance négligeable. Ces contacts ont pour rôle de maintenir localement l'équilibre. L'équation $p \times n = n_i^2$ est donc valable au niveau des contacts hors équilibre.

Ces hypothèses vont nous permettre de comprendre le courant principal qui circule dans une diode, proche de l'équilibre (la perturbation doit rester faible). Des modèles plus complexes, permettent de s'affranchir de certaines de ces hypothèses, mais ne seront pas détaillés dans ce polycopié.

⁷cette hypothèse peut s'avérer fautive pour des tensions élevées.

⁸cette hypothèse est vraie pour des tensions faibles.

⁹les courants de génération/recombinaison existent bien. C'est par souci de simplicité que nous les négligerons. Ces courants sont, entre autre, importants en polarisation inverse, puisqu'ils fixent l'essentiel de ce courant inverse. L'expression que l'on calculera, sera donc inexacte en inverse, loin de l'origine.

Répartition des porteurs minoritaires

Notons :

- n_n : la densité d'électrons côté N
- $n_{n0} = N_d$: la densité d'électrons à l'équilibre côté N
- n_p : la densité d'électrons côté P
- $n_{p0} = n_i^2/N_a$: la densité d'électrons à l'équilibre côté P
- p_n : la densité de trous côté N
- $p_{n0} = n_i^2/N_d$: la densité de trous à l'équilibre côté N
- p_p : la densité de trous côté P
- $p_{p0} = N_a$: la densité de trous à l'équilibre côté P
- $-W_p, W_n$: largeurs des ZCE côté P et N
- $-X_p, X_n$: longueur totale de la jonction côté P et N

Concernant les répartitions des porteurs minoritaires, on a les conditions limites suivantes au niveau des contacts :

$$n_p(-X_p) = n_i^2/N_a \quad (2.33)$$

$$p_n(X_n) = n_i^2/N_d \quad (2.34)$$

$$(2.35)$$

L'hypothèse de faible injection signifie que la densité des porteurs majoritaires ne varie pas : elle reste identique à la valeur de l'équilibre. Ainsi :

$$n_n = n_{n0} \quad (2.36)$$

$$= N_d \quad (2.37)$$

$$p_p = p_{p0} \quad (2.38)$$

$$= N_a \quad (2.39)$$

En appliquant l'équation 2.31 aux limites de la ZCE, et compte-tenu du fait que la densité de porteurs majoritaire ne varie pas, on peut alors en déduire la variation de porteurs minoritaires en $x = -W_p$ et $x = W_n$:

$$p_n(W_n) = \frac{n_i^2}{n_n(W_n)} e^{qV/k_B T} \quad (2.40)$$

$$= \frac{n_i^2}{N_d} e^{qV/k_B T} \quad (2.41)$$

$$= p_{n0} e^{qV/k_B T} \quad (2.42)$$

$$n_p(-W_p) = \frac{n_i^2}{p_p(-W_p)} e^{qV/k_B T} \quad (2.43)$$

$$= \frac{n_i^2}{N_a} e^{qV/k_B T} \quad (2.44)$$

$$= n_{p0} e^{qV/k_B T} \quad (2.45)$$

On retiendra que la densité de porteur en limite de zone de charge d'espace vaut la valeur à l'équilibre multipliée par $e^{qV/k_B T}$.

calcul des courants

Principe de calcul En régime stationnaire, le courant est constant (la densité de courant est à flux conservatif, ce qui se démontre bien à l'aide de l'équation de continuité). Ainsi, dans un modèle unidimensionnel, si $J_n(x)$ et $J_p(x)$ désignent les densités de courant d'électrons et de trous, on a :

$$J(x) = J_n(x) + J_p(x) \quad (2.46)$$

$$= J \quad (2.47)$$

Remarquons que sous l'hypothèse de faible injection (qui est valable pour la plupart des dispositifs), la variation des porteurs majoritaires n'est pas significative : il n'y donc pas de courants de diffusion de majoritaires. Les seuls courants que nous serons capable de modéliser seront donc les courants de minoritaires (pour lesquels nous connaissons les conditions aux limites des densités de porteurs minoritaires). L'origine du courant circulant dans une diode est bien la diffusion des minoritaires : les porteurs majoritaires se réorganiseront afin d'assurer le régime stationnaire, ce courant associé n'étant pas modélisable ¹⁰.

Pour x donné, seul un des deux courants J_n ou J_p (selon la zone dans laquelle on est) peut donc être déterminé. Ecrivons ce qui se passe en particulier de part et d'autre de la ZCE :

$$J(-W_p) = J_{n \text{ diff}}(-W_p) + \overbrace{J_p(-W_p)}{=?} \quad (2.48)$$

$$J(W_n) = \underbrace{J_n(W_n)}_{=?} + J_{p \text{ diff}}(W_n) \quad (2.49)$$

Seuls les termes de diffusion sont connus. Or, si on suppose qu'il n'y a pas de génération ni de recombinaison dans la ZCE, chaque courant se conserve :

$$J_{n \text{ diff}}(-W_p) = J_n(W_n) \quad (2.50)$$

$$J_{p \text{ diff}}(W_n) = J_p(-W_p) \quad (2.51)$$

Ainsi, la densité de courant peut s'exprimer :

$$J(-W_p) = J_{n \text{ diff}}(-W_p) + J_{p \text{ diff}}(W_n) \quad (2.52)$$

Il suffit donc de sommer les deux densités de courant de minoritaires de part et d'autre de la ZCE pour connaître la densité de courant totale.

¹⁰suite à la diffusion des minoritaires, les majoritaires doivent compenser cette perte, créant ainsi un courant.

Calculs Afin d'évaluer les densités des courants de diffusion (de minoritaires), il faut connaître la répartition des minoritaires dans les zones quasi-neutres. Considérons par exemple les trous de la zone quasi neutre N. On a alors les équations suivantes, compte-tenu de l'absence de phénomènes de génération, et en se plaçant en régime stationnaire :

$$j_p = -qD_p \frac{dp}{dx} \quad (2.53)$$

$$0 = -\frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{j}_p - \frac{\Delta p}{\tau_p} \quad (2.54)$$

On aboutit alors à l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \frac{1}{L_p^2} \Delta p = 0 \quad (2.55)$$

en posant $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$ la longueur de diffusion ¹¹, et Δp l'écart de la densité de trous par rapport à l'équilibre, côté N.

La résolution de cette équation aboutit à des solutions de la forme :

$$\Delta p = Ae^{x/L_p} + Be^{-x/L_p} \quad (2.56)$$

1. cas d'une jonction courte

Une jonction courte est une jonction pour laquelle la longueur de diffusion des minoritaires est grande devant les largeurs des zones quasi-neutres.

Dans le cas précédent : $x \ll L_p$. On peut donc effectuer un développement limité des exponentielles : les minoritaires varient alors linéairement (figure 2.11(a), figure du haut).

$$\Delta p = \alpha x + \beta \quad (2.57)$$

En utilisant les conditions aux limites précédentes, on obtient :

$$\alpha = -\frac{n_i^2}{N_a} \frac{e^{qV/k_B T} - 1}{X_n - W_n} \quad (2.58)$$

$$\beta = \frac{n_i^2}{N_a} \frac{e^{qV/k_B T} - 1}{X_n - W_n} X_n \quad (2.59)$$

On en déduit donc la densité de courant, qui vaut $J_p \text{ diff} = -qD_p \alpha$, qui est alors constante (figure 2.11(a), figure du bas) :

$$J_p \text{ diff} = \frac{qD_p n_i^2}{N_d (X_n - W_n)} (e^{qV/k_B T} - 1) \quad (2.60)$$

¹¹on rappelle que la longueur de diffusion caractérise la diffusion des minoritaires. Au bout d'une distance correspond à cette longueur, la densité de minoritaire retrouve sa valeur d'équilibre : tous les porteurs minoritaires en excès se sont recombinés

De même :

$$J_n \text{ diff} = \frac{qD_n n_i^2}{N_a(X_p - W_p)} (e^{qV/k_B T} - 1) \quad (2.61)$$

D'où la densité de courant totale :

$$J = \underbrace{\left(\frac{qD_p n_i^2}{N_d(X_n - W_n)} + \frac{qD_n n_i^2}{N_a(X_p - W_p)} \right)}_{J_s} (e^{qV/k_B T} - 1) \quad (2.62)$$

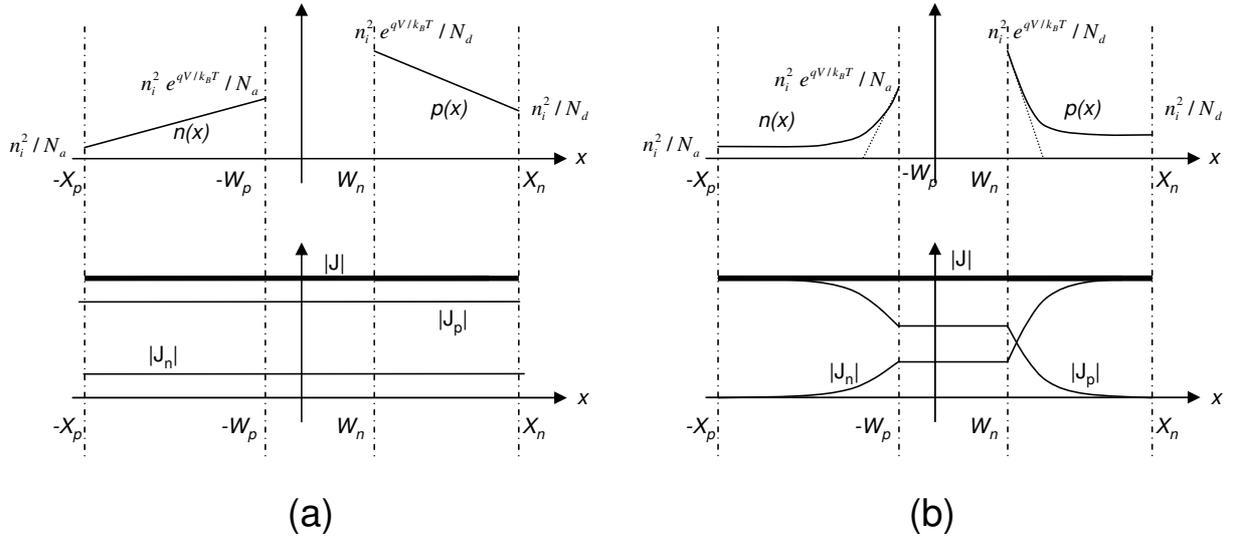


FIG. 2.11 – Densités de porteurs minoritaires et densités de courant dans une jonction P^+N : (a) dans une jonction courte ; (b) dans une jonction longue

2. cas d'une jonction longue

La résolution dans le cas général est longue et sans intérêt physique (les conditions aux limites et les exponentielles de l'équation différentielle font intervenir des coefficients A et B sous forme de fonctions trigonométriques hyperboliques).

Nous pouvons cependant simplifier le problème en considérant que l'exponentielle croissante de l'équation différentielle n'a pas de sens physique : si on imagine un barreau infiniment long, ce terme impliquerait une croissance infinie des porteurs minoritaires loin de la ZCE ... Il faut donc que le coefficient B soit nul pour ne pas que la densité de porteurs diverge.

Dans ce cas, la condition aux limites correspondant au contact n'est plus utilisable. En utilisant l'autre condition aux limites, on trouve alors que (figure 2.11(b), figure du haut) :

$$\Delta p(x) = \frac{n_i^2}{N_d} e^{-(x-W_n)/L_p} (e^{qV/k_B T} - 1) \quad (2.63)$$

D'où :

$$J_p \text{ diff}(x) = \frac{qD_p n_i^2}{N_d L_p} e^{-(x-W_n)/L_p} (e^{qV/k_B T} - 1) \quad (2.64)$$

Puis :

$$J_{p \text{ diff}}(x = W_n) = \frac{qD_p n_i^2}{N_d L_p} (e^{qV/k_B T} - 1) \quad (2.65)$$

On obtient alors, par symétrie côté P (figure 2.11(b), figure du bas) :

$$J = \underbrace{\left(\frac{qD_p n_i^2}{N_d L_n} + \frac{qD_n n_i^2}{N_a L_p} \right)}_{J_s} (e^{qV/k_B T} - 1) \quad (2.66)$$

Cas des jonctions P⁺N

Une jonction est dite P⁺N si $N_a \gg N_d$. Compte-tenu des expressions des densités de courant précédentes, on peut considérer que seul le courant de diffusion de trous domine. La densité de courant de saturation J_s ne comporte alors qu'un seul des deux termes, simplifiant son expression.

La jonction N⁺P existe également et correspond à une jonction pour laquelle : $N_d \gg N_a$.

Calcul des capacités

Lorsqu'on applique un petit signal alternatif aux signaux constants (régime dynamique), la jonction PN se comporte comme un condensateur vis à vis des signaux alternatifs. Ce condensateur est qualifié de différentiel. Cet effet capacitif a deux origines : la modulation de la ZCE, associée à une capacité de transition C_T , et la charge de porteurs minoritaires en excès, associée à une capacité de diffusion C_D .

1. Capacité de transition.

Considérons une jonction P⁺N. La largeur W de la ZCE s'écrit alors :

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN_d}(V_d - V)} \quad (2.67)$$

La charge contenue dans la ZCE côté N s'écrit $Q_n = qN_d W$. Si on applique une tension variable $\delta v(t) = v \sin \omega t$ autour d'un point de polarisation donné (V_0), la largeur de la ZCE oscille. Ces oscillations spatiales engendrent une modification de la charge de la ZCE (valant δQ_n côté N). Cette modification de la ZCE crée un effet de capacité différentielle appelée capacité de transition. On définit alors cette capacité par la relation suivante :

$$C_T = \left| \frac{\delta Q_n}{\delta v} \right| \quad (2.68)$$

Il suffit donc de dériver l'équation 2.67 :

$$\frac{\delta Q_n}{\delta v} = qN_d \left| \frac{\delta W}{\delta v} \right| \quad (2.69)$$

$$= qN_d \sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN_d}} \frac{1}{2\sqrt{V_d - V}} \quad (2.70)$$

$$= \frac{\varepsilon}{W} \quad (2.71)$$

C'est cette capacité qui est utilisée dans les diodes varicap (ou encore appelée varactor), qui sont des condensateurs variables, largement utilisés dans les oscillateurs commandés en tensions (VCO) en électronique. L'ordre de grandeur de ces capacités est de quelques picofarad à quelques centaines de picofarad. La valeur de la capacité dépend du point de polarisation de la diode via la largeur de la ZCE.

2. Capacité de diffusion.

Considérons une jonction polarisée en direct. Nous avons vu que les porteurs minoritaires sont en excès, et que la valeur de cet excès dépend de la tension appliquée (via une exponentielle). Si on applique des variations de tension autour d'une tension positive, cette charge en excès (positive dans la ZQN N et négative dans la ZQN P, de même valeur absolue) va être modulée en fonction de cette tension alternative. Cette modulation de charges, de part et d'autre de la ZCE (qui est une zone dépourvue de porteurs) entraîne un effet capacitif de la jonction : c'est la capacité de diffusion. Pour une jonction P^+N , on montre que :

$$C_d = \frac{qL_p^2}{2k_B T D_p} J \quad (2.72)$$

Cette capacité n'intervient qu'en polarisation directe, augmentant dans ce cas la capacité totale équivalente de la diode. Cette capacité limite le fonctionnement en haute fréquence des diodes à jonction PN.

Enfin, n'oublions pas qu'en régime dynamique la diode est équivalente à une résistance pour les petits signaux : la résistance dynamique $r_d = \partial V / \partial I = k_B T / qI_0$.