

Chapitre 2

Boucle à verrouillage de phase

Introduction

La boucle à verrouillage de phase, que l'on désignera par la suite par l'acronyme anglais PLL (Phase Locked Loop), est un dispositif largement utilisé dans l'électronique : génération de signaux, télécommunication (modulation et démodulation de signaux, récupération de porteuse).

Initialement faites à l'aide de composants discrets et pour des applications purement analogiques, les PLLs sont de plus en plus réalisées —en partie ou entièrement —à l'aide de composants numériques (pour des applications numériques). Tout comme le filtrage, il existe de nombreux logiciels permettant de synthétiser des PLLs ayant les caractéristiques voulues et de les implémenter directement in-situ.

Qu'elle soit numérique ou analogique, le principe de fonctionnement d'une PLL reste le même ; cependant, par soucis de simplicité, on s'attachera plus particulièrement aux PLLs analogiques, qui permettent en outre un développement relativement rapide et nécessitant moins de matériel en laboratoire.

2.1 Présentation générale

2.1.1 But du dispositif

Le but d'une PLL est de réaliser un asservissement de la phase d'un signal. Etant un asservissement de phase, ce dispositif permet donc d'asservir la fréquence. On peut donc raisonner soit en phase, soit en fréquence, selon l'application concernée. L'intérêt de ces dispositifs est d'obtenir un signal (fréquence ou phase) stable, possédant une erreur statique de l'asservissement réalisé la plus faible possible.

On distingue trois grands types de PLL :

- Les PLLs linéaires, qui fonctionnent avec des composants analogiques
- Les PLLs numériques dont le comparateur de phase est réalisé à l'aide de circuits intégrés numériques, mais dont les autres composants sont analogiques et externes (oscillateur, filtre, correcteur)
- Les PLLs "tout numérique", dont tous les composants sont numériques

Remarque : dans le cas d'un créneau, on désignera par le terme de "phase" la phase du fondamental d'un tel signal.

Notations. Considérons le fondamental s_1 d'un signal s : $s_1(t) = S \cos(\Phi(t))$. On appellera :

$\Phi(t) = \Phi_0 + \varphi(t)$: phase instantanée, composée d'une partie constante Φ_0 et d'une partie variable $\varphi(t)$

$\omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{d\varphi(t)}{dt}$: pulsation instantanée

$f(t) = \frac{1}{2\pi}\omega(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi(t)}{dt}$: fréquence instantanée

Dans le cas d'un signal sinusoïdal : $s(t) = S \cos(\Phi_0 + \omega t)$: la pulsation instantanée $\omega(t)$ (resp. la fréquence instantanée $f(t)$) du signal correspond à la pulsation ω (resp. la fréquence f) du signal.

Les grandeurs statiques seront repérées par l'indice "0".

2.1.2 Structure globale

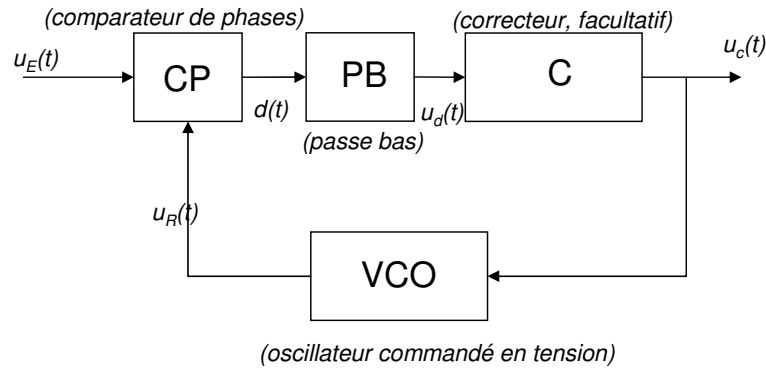


FIG. 2.1 – Structure globale d'une PLL. CP désigne le comparateur de phase, C un correcteur optionnel, VCO : Voltage Controlled Oscillator, oscillateur commandé en tension (OCT).

La figure 2.1 représente l'allure générale d'une PLL. La tension d'entrée est u_E (dont la phase ou la fréquence représentera la consigne de l'asservissement), la tension de sortie est u_C ou u_R selon l'application. Une PLL est constituée, sous sa forme la plus générale de 3 blocs :

- un comparateur de phase (CP), qui fournit une tension de sortie d faisant apparaître la différence des phases d'entrée.
- un filtre passe-bas. Le rôle de ce filtre est d'éliminer les fréquences élevées et de ne laisser passer que la tension liée à la différence des phases. Ce filtre porte le nom de filtre de boucle.

- un correcteur, qui permet de modifier les paramètres dynamique de l’asservissement. Les corrections des PLLs ne seront pas étudiées dans ce polycopié. Par la suite, nous considérerons donc que $u_d(t) = u_c(t)$. Bien que cette figure ne le montre pas, il s’agit bien d’un asservissement ; il n’est donc pas utile de revenir sur l’intérêt des corrections des asservissements dans les systèmes bouclés.
- un oscillateur commandé en tension (OCT), que l’on désignera par la suite par l’acronyme anglais VCO (Voltage Controlled Oscillator). Le but d’un tel composant est d’obtenir des variations de la pulsation du signal de sortie u_R linéaires ¹ par rapport à la tension d’entrée.

Si l’asservissement de phase est bien réalisé, les deux phases (entrée et sortie) seront donc identiques, éventuellement à une constante additive près due à une polarisation comme nous le verrons plus loin : la phase de sortie reproduit alors bien la phase d’entrée. De même, si l’asservissement de fréquence est bien réalisé, les deux fréquences seront identiques : la fréquence de sortie reproduira bien la fréquence d’entrée.

On comprend ainsi qu’un tel dispositif va permettre par exemple de se ”caler” sur une fréquence particulière du signal d’entrée, et de récupérer un signal à cette fréquence en sortie du VCO parmi un spectre d’entrée riche en fréquence, réalisant en quelque sorte une fonction de filtrage ² très précise et ayant les mêmes caractéristiques de stabilité en fréquence que signal d’entrée.

Remarque : sur la figure 2.1, on ne voit pas directement la structure d’un asservissement. Il s’agit d’un schéma de principe et non d’un schéma bloc correspondant à une étude dynamique en transformées de Laplace.

2.1.3 Oscillateur commandé en tension



FIG. 2.2 – Notations pour l’étude d’un VCO.

Le but d’un oscillateur commandé en tension est de fournir un signal sinusoïdal dont la fréquence f_R varie (idéalement) linéairement avec la tension d’entrée u_C : $f_R = f_{R0} + K_{VCO}u_C$. Le coefficient K_{VCO} est une constante qui caractérise le VCO (en Hz.V^{-1}). Dans la pratique, la fréquence de sortie ne dépend linéairement de

¹idéalement

²Le terme de filtrage employé ici est un peu abusif, en tout cas au sens de filtrage vu jusqu’à présent en cours. La PLL retourne un signal à une fréquence donnée, ce que ferait un filtre passe-bande idéal dont la fonction de transfert ressemblerait à un pic de Dirac. Mais une PLL est plus qu’un simple filtre passe-bande : la fréquence peut varier dans une plage de fréquence donnée. Enfin, même s’il n’y a pas de signal en entrée, la PLL fournit un signal en sortie, ce qui n’est pas le cas dans un filtre classique

la tension d'entrée que sur une plage restreinte autour d'une fréquence de sortie centrale f_0 , comme c'est représenté par exemple sur la figure 2.3(a). Afin de simplifier les notations, on supposera par la suite que la relation fréquence-tension s'écrit : $f_R = f_0 + K_{VCO}u_C$ (cf figure 2.3(b)). On pourra toujours se ramener à une telle expression en rajoutant un offset sur la tension d'entrée. Voici quelques exemples de

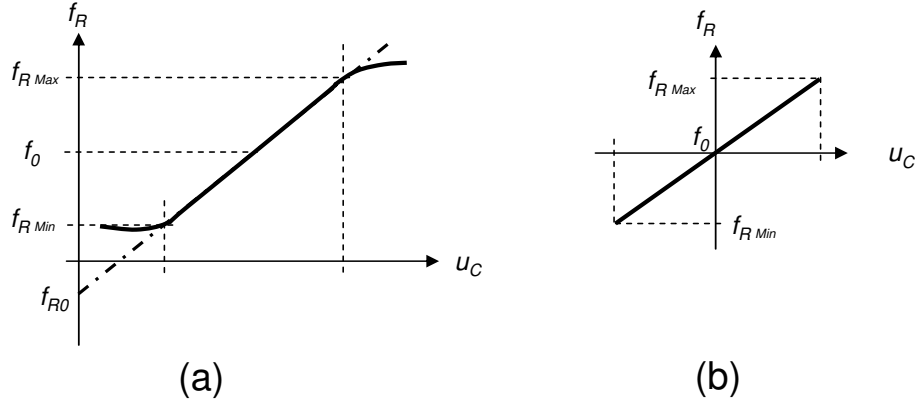


FIG. 2.3 – Caractéristique d'un VCO. (a) : allure d'une caractéristique; (b) : zone linéaire centrée en tension.

réalisation de VCO :

1. utilisation d'une diode varicap. On remplace un condensateur d'un oscillateur LC par une diode varicap (ou varactor), qui est un composant présentant une capacité qui varie en fonction de la tension à ses bornes. La capacité variant en fonction de la tension, il en résulte que la fréquence d'oscillation du circuit LC (qui vaut $1/2\pi\sqrt{LC}$) varie en fonction de la tension.
2. utilisation d'un oscillateur à relaxation, dans lequel on remplace une tension d'offset par la tension d'entrée du VCO.

2.1.4 Plages de verrouillage et de capture

Soient f_E la fréquence du signal d'entrée (u_E) et f_R la fréquence du signal en sortie du VCO (u_R). Alors :

Si $f_R \neq f_E$: l'asservissement n'est pas réalisé. On dit que la boucle est **déverrouillée**. La boucle oscille à une fréquence libre, qui dépend de la technologie du VCO.

Si $f_R = f_E$: l'asservissement est réalisé. On dit que la boucle est **verrouillée**.

On distingue deux plages de fréquences :

- **la plage de capture** $[f_{c \min}; f_{c \max}]$. On suppose la boucle initialement non verrouillée ($f_E \neq f_R$). La plage de capture correspond aux fréquences pour lesquelles la boucle se verrouille.
- **la plage de verrouillage** $[f_{v \min}; f_{v \max}]$. On suppose la boucle initialement verrouillée. La plage de verrouillage correspond aux fréquences pour laquelle la boucle reste verrouillée.

On peut montrer que la plage de capture est incluse dans la plage de verrouillage, comme le représente la figure 2.4. Ainsi, supposons que la fréquence du signal d'entrée

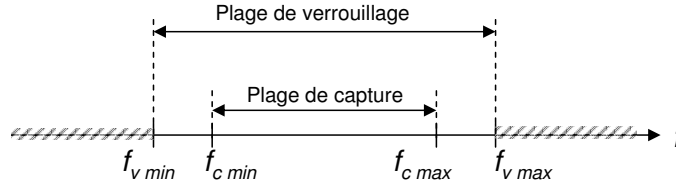


FIG. 2.4 – Plages de verrouillage et de capture

f_E soit initialement plus petite que $f_{v \min}$, la boucle étant alors déverrouillée. Voici ce qui se passe concernant la boucle si l'on augmente continuellement la fréquence f_E :

- $f_E \leq f_{v \min}$: la boucle reste déverrouillée. La fréquence (de sortie) de la boucle est la fréquence d'oscillation libre du VCO : $f_R = f_0 \neq f_E$.
- $f_E \in [f_{v \min}; f_{c \min}]$: la boucle reste déverrouillée. La fréquence de la boucle est $f_R = f_0 \neq f_E$.
- $f_E \in [f_{c \min}; f_{c \max}]$: la boucle se verrouille en $f = f_{c \min}$, puisqu'on atteint la plage de capture, puis reste verrouillée. La fréquence de la boucle suit la fréquence d'entrée : $f_R = f_E$.
- $f_E \in [f_{c \max}; f_{v \max}]$: la boucle reste verrouillée, puisqu'elle était verrouillée dans l'état précédent, et que l'on reste dans la plage de verrouillage. On a toujours : $f_R = f_E$.
- $f_E \geq f_{v \max}$: la boucle se déverrouille. On retrouve alors la fréquence d'oscillation libre en sortie du VCO : $f_R = f_0 \neq f_E$.

Une étude analogue peut être effectuée si initialement $f_E > f_R$.

2.2 Etude de quelques comparateurs de phase

La comparaison des phases s'effectue à l'aide d'un comparateur de phase et nécessite un filtre passe bas, appelé filtre de boucle, qui a pour rôle d'éliminer les fréquences hautes et de ne conserver que les fréquences basses issues de la différence des phases. Nous verrons sur les exemples des comparateurs le rôle de ce filtre.

2.2.1 Filtre de boucle

Dans la pratique, les filtres de boucle sont d'ordre 1 (éventuellement 2), mais très rarement d'ordre plus élevé. Nous verrons ultérieurement que l'asservissement qu'est la PLL est un système bouclé d'ordre égal à l'ordre du filtre +1. Un ordre élevé du filtre engendrera un ordre élevé du système, risquant ainsi de le rendre instable. Il est donc préférable de diminuer l'ordre du filtre afin d'assurer la stabilité du système.

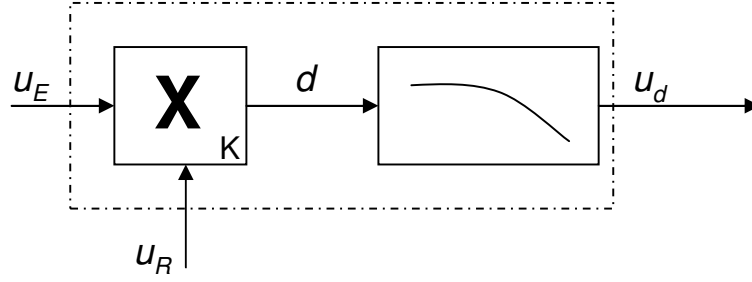


FIG. 2.5 – Schéma bloc d'un comparateur de phase utilisant un multiplieur.

2.2.2 Multiplieur analogique

Le comparateur de phase analogique le plus simple est constitué d'un multiplieur (de gain K) et d'un filtre passe-bas, comme le montre la figure 2.5. Ce comparateur de phase va nous permettre de comprendre le verrouillage de la boucle. Nous ne raisonnerons que sur des signaux sinusoïdaux. La généralisation avec des signaux quelconques périodiques se fera facilement à condition de raisonner sur la série de Fourier. Posons :

$$u_E(t) = U_E \cos(\Phi_E(t))$$

$$u_R(t) = U_R \cos(\Phi_R(t))$$

Avec :

$$\Phi_E(t) = \Phi_{E0} + \varphi_E(t)$$

$$= \Phi_{E0} + 2\pi f_E t$$

$$\Phi_R(t) = \Phi_{R0} + \varphi_R(t)$$

$$= \Phi_{R0} + 2\pi f_R t$$

f_{-3dB} désignera la fréquence de coupure du filtre passe-bas, et G_0 son gain statique. On supposera que les fréquences des signaux étudiés (f_E et f_R) sont grandes devant cette fréquence de coupure : $f_E, f_R \gg f_{-3dB}$.

- Si $u_E(t) = 0$ (absence de signal en entrée) : $d(t) = 0 = u_d(t)$. Le VCO oscille donc à sa fréquence libre f_0 (la boucle est déverrouillée).
- Si $u_E(t) \neq 0$:

$$\begin{aligned} d(t) &= KU_E U_R \cos(2\pi f_E t + \Phi_{E0}) \cos(2\pi f_R t + \Phi_{R0}) \\ &= \frac{KU_E U_R}{2} \underbrace{\left[\cos(2\pi(f_E + f_R)t + \Phi_{E0} + \Phi_{R0}) + \right]}_{u_{dH}} \end{aligned}$$

$$\left. + \underbrace{\cos(2\pi(f_E - f_R)t + \Phi_{E0} - \Phi_{R0})}_{u_{dL}} \right]$$

Le terme u_{dH} a une fréquence $f_E + f_R$ grande devant la fréquence de coupure du filtre de boucle : il sera donc filtré, et devient négligeable. La fréquence du terme u_{dL} est en revanche plus faible que la précédente. Deux cas de figures existent :

- Si f_E est très différente ³ de f_R . Supposons ⁴ par exemple que $f_E \gg f_R$ (figure 2.6(a)). La fréquence $|f_E - f_R|$ est alors supérieure à la fréquence de coupure du filtre ($|f_E - f_R| \approx f_E \gg f_{-3dB}$) : ce terme est filtré, et la sortie du filtre est nulle. L'asservissement ne peut pas être réalisé : la boucle est déverrouillée.
- Supposons maintenant que f_E et f_R soient proches l'une de l'autre, avec par exemple $f_E \geq f_R$ (figure 2.6(b)). La différence des fréquences devient alors très faible : $|f_E - f_R| \approx f_R \leq f_{-3dB}$: ce terme n'est donc plus filtré et $u_d = \bar{d} \neq 0$. La fréquence du VCO va ensuite évoluer en fonction de cette valeur moyenne, c'est à dire en fonction du déphasage $\Phi_E(t) - \Phi_R(t)$. L'asservissement va être réalisé : la boucle se verrouille.

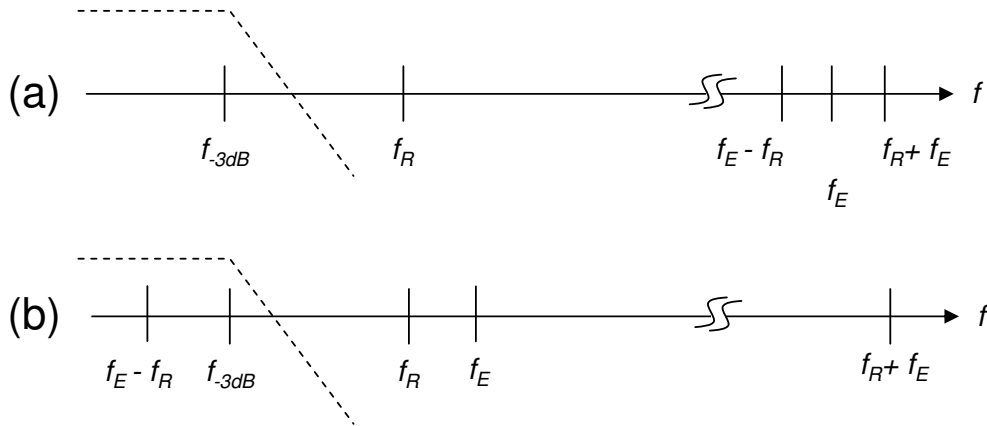


FIG. 2.6 – Répartition des fréquences dans le cas où $f_E > f_R$; cas (a) : $f_E \gg f_R$; cas (b) : $f_E \approx f_R$.

On a alors la relation suivante pour le comparateur de phase utilisant un multiplieur (cf figure 2.7) :

$$d(t) = \frac{KU_E U_R}{2} \cos \left(\underbrace{\Phi_E(t) - \Phi_R(t)}_{\Delta\Phi(t)} \right) \quad (2.1)$$

³en ce qui concerne la fréquence f_R , soit la boucle est verrouillée et la fréquence est voisine de la fréquence libre f_0 , soit elle est déverrouillée et la fréquence vaut f_0 . Dans tous les cas, l'ordre de grandeur de f_R est f_0

⁴un raisonnement analogue peut être fait si $f_E \ll f_R$ et aboutit à la même conclusion.

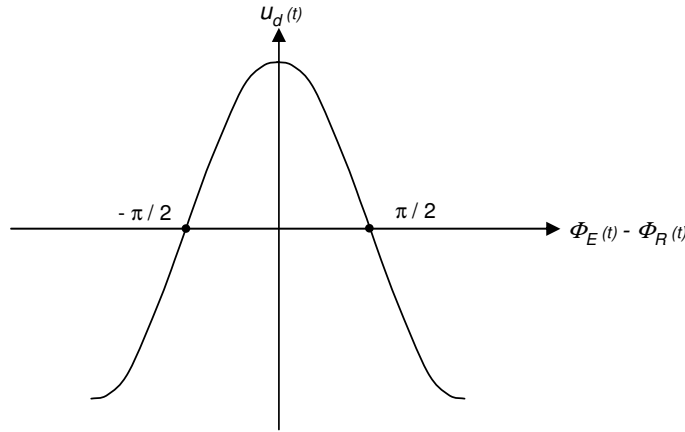


FIG. 2.7 – Caractéristique du comparateur de phase à multiplieur

La caractéristique ainsi trouvée est non-linéaire : il s'agit donc d'un asservissement non-linéaire. Cependant, deux zones de cette caractéristique peuvent être considérées comme linéaires aux voisinages de $\pm\pi/2$. On peut en effet linéariser la courbe (effectuer un développement limité du cosinus autour de ces deux points et assimiler la tangente à la courbe).

Deux points de repos sont donc a priori possibles pour utiliser ce type de détecteur de phase en régime linéaire ; on montrera analytiquement en TD, avec des hypothèses restreintes, que seul le point $-\pi/2$ est un point de fonctionnement stable. Une démonstration rigoureuse et plus générale repose sur l'étude de cet asservissement non-linéaire dans le plan de phase, dépassant le cadre de ce cours.

Une approche qualitative permet cependant de comprendre pourquoi seul le point de fonctionnement $-\pi/2$ est stable. Rappelons qu'un point de repos d'un système physique est stable si, lorsqu'on écarte le système de sa position d'équilibre (ie du point de repos), il a tendance à y revenir. Il est instable si le système s'en éloigne.

- Supposons que nous soyons au point de polarisation $-\pi/2$. La boucle est verrouillée. Si Φ_E augmente (on s'écarte du point de repos à droite), $\Delta\Phi$ augmente et d'après la caractéristique : d augmente puisque la tension u_d augmente. Il en résulte que la tension d'entrée du VCO u_C augmente et donc Φ_R augmente. Donc $\Delta\Phi = \Phi_E - \Phi_R$ diminue : le système revient vers le point $-\pi/2$. Ce point de repos est donc stable.
- Supposons maintenant que nous soyons au point de polarisation $+\pi/2$ et que la boucle soit verrouillée. Si Φ_E augmente (on s'écarte du point de repos à droite), $\Delta\Phi$ augmente et d'après la caractéristique : les tensions u_d et d diminuent. Il en résulte que la tension d'entrée du VCO u_C diminue et donc Φ_R diminue. Donc $\Delta\Phi = \Phi_E - \Phi_R$ augmente : le système s'écarte du point $+\pi/2$. Ce point de repos est donc instable.

Remarques :

1. Le système se placera naturellement vers le point d'équilibre stable (point de repos). Il n'y a pas besoin de polarisation externe.

2. L'équation 2.1 nous montre que la tension d'entrée du VCO dépend des amplitudes des signaux. En effet, après linéarisation autour de $-\frac{\pi}{2}$, on obtient :

$$u_d = \frac{KU_E U_R G_0}{2} \quad (2.2)$$

Cela signifie que les performances de la PLL dépendent des amplitudes des signaux, ce qui est un gros inconvénient. Il existe des dispositifs en amont permettant de s'affranchir de ce problème.

3. La zone linéaire est étroite. Il en résulte que l'asservissement se fera sur une plage de fréquence étroite.
4. Généralement, le VCO crée un signal numérique (carré). L'étude se fait de manière analogue, en considérant le développement en série de Fourier. Seul le fondamental compte, puisque les harmoniques sont filtrées par le filtre de boucle. Le résultat est donc analogue.
5. Le signal d'entrée peut également être numérique (carré). La caractéristique du détecteur peut se trouver plus facilement en raisonnant sur les formes des signaux directement.

2.2.3 Détecteur à OU-exclusif

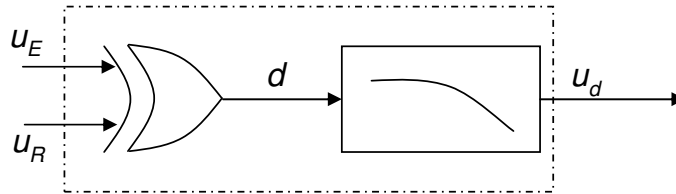


FIG. 2.8 – Schéma d'un comparateur de phase à OU-exclusif.

Le détecteur à Ou-exclusif fonctionne de manière analogue au précédent (figure 2.8). Il ne fonctionne qu'avec des signaux carrés, que nous supposons compris entre 0 et V_{DD} . Supposons que les deux signaux aient la même fréquence, mais déphasés, comme le représente la figure 2.9. On peut montrer, si $\Delta\Phi = \Phi_E - \Phi_R$, que :

- si $\Delta\Phi \in [0; \pi]$: $d(t) = \frac{V_{DD}}{\pi} \Delta\Phi$
- si $\Delta\Phi \in [-\pi; 0]$: $d(t) = -\frac{V_{DD}}{\pi} \Delta\Phi$

La caractéristique obtenue est représentée sur la figure 2.10. Par un raisonnement analogue à celui effectué pour le comparateur de phase à multiplieur, le point de fonctionnement stable ⁵ est le point $(\Delta\Phi, u_d) = (\pi/2, V_{DD}/2)$.

⁵le point de fonctionnement stable est en effet un point situé sur une courbe dont la pente est positive, puisqu'il y a après le VCO une contre-réaction négative.

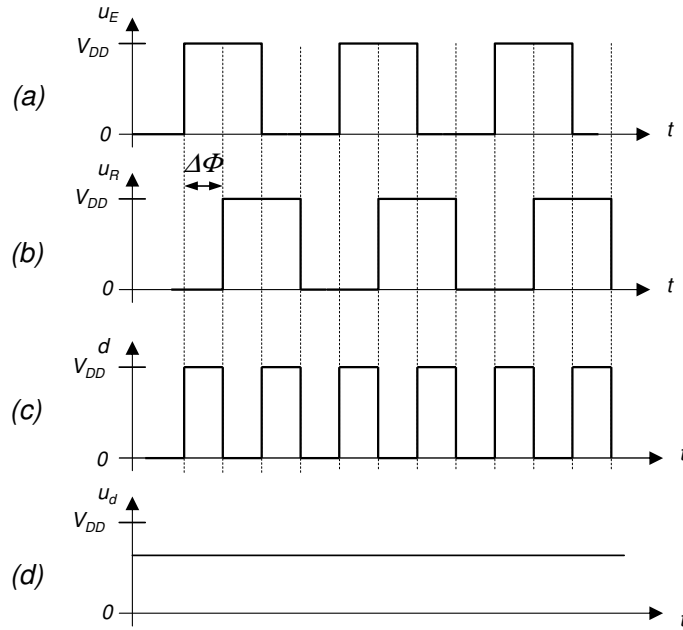


FIG. 2.9 – Evolution des signaux dans un comparateur de phase à OU-exclusif. (a) : u_E ; (b) : u_R ; (c) : d ; (d) : u_d .

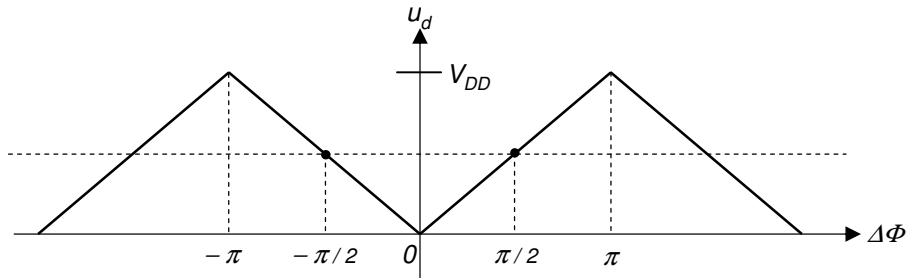


FIG. 2.10 – Caractéristique du comparateur de phase à OU-exclusif

Remarques :

1. on voit sur cette figure l'intérêt d'un tel détecteur : la caractéristique est linéaire. C'est une raison pour laquelle ce détecteur de phase est plus intéressant que le détecteur utilisant un multiplieur, lorsque la PLL est utilisée pour des signaux numériques.
2. Si les signaux ne sont pas idéaux (pas de retour à 0 pour le bit de poids faible par exemple), la caractéristique précédente est tronquée : des zones saturées apparaissent. La zone linéaire est donc plus étroite.
3. Les signaux étant numériques, ce sont des créneaux. Ils possèdent donc des harmoniques. Un verrouillage de la boucle sur des harmoniques (éventuellement sous-harmoniques) est parfois possible.

2.2.4 Les autres détecteurs

D'autres comparateurs de phase utilisant divers circuits logiques existent. Une bascule JK permet par exemple d'avoir une caractéristique analogue à celle du comparateur à OU-exclusif.

Citons également le détecteur 3-états, appelé également "comparateur à intégration". Nous ne rentrerons pas dans le détail de ce comparateur qui est plus complexe, mais qui offre des performances intéressantes. Il faut juste mentionner qu'il est très présent dans l'électronique actuelle, car il permet un verrouillage de la boucle sur une large bande spectrale.

2.3 Linéarisation : étude en régime dynamique

Introduction

Nous allons dans cette partie, étudier l'asservissement en régime linéaire (dans le domaine de Laplace). Nous linéariserons donc les caractéristiques étudiées précédemment autour des points d'équilibre stables.

2.3.1 Comparateur de phase

La caractéristique du comparateur de phase en régime de petits signaux est, d'après l'étude précédente, la suivante en régime temporel :

$$u_d(t) = K_d (\varphi_E(t) - \varphi_R(t)) \quad (2.3)$$

où K_d est une constante qui dépend du comparateur utilisé (cf équation ?? dans le cas du multiplieur). Il en résulte dans le domaine de Laplace que :

$$d(p) = K_d (\varphi_E(p) - \varphi_R(p)) \quad (2.4)$$

Si l'on souhaite raisonner en fréquence, on sait que la phase s'écrit en fonction de la fréquence : $\frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} = f$, ce qui s'écrit en Laplace :

$$\varphi(p) = \frac{2\pi f}{p} \quad (2.5)$$

La relation 2.4 devient alors :

$$d(p) = \frac{2\pi K_d}{p} (f_E(p) - f_R(p)) \quad (2.6)$$

2.3.2 Influence du filtre

Si le filtre est supposé idéal (filtre à pente infinie), seul le gain statique doit être pris en compte dans la chaîne : $F(p) = G_0$. Si en revanche on considère le filtre réel, il faudra tenir compte de la fonction de transfert $F(p)$ de ce filtre. Rappelons que cette fonction de transfert est de type passe-bas, le plus souvent du premier ordre ou éventuellement du second ordre.

2.3.3 Oscillateur commandé en tension

Un VCO doit fournir une fréquence f_R proportionnelle à la tension d'entrée u_c . Autour du point de polarisation, on a donc : $f_R(t) = K_{VCO}u_c(t)$ en fréquence, soit : $\frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi_R}{dt} = K_{VCO}u_c(t)$. D'où en régime de Laplace :

$$\varphi_R(p) = \frac{2\pi K_{VCO}}{p} u_c(p) \quad (2.7)$$

2.3.4 Synthèse

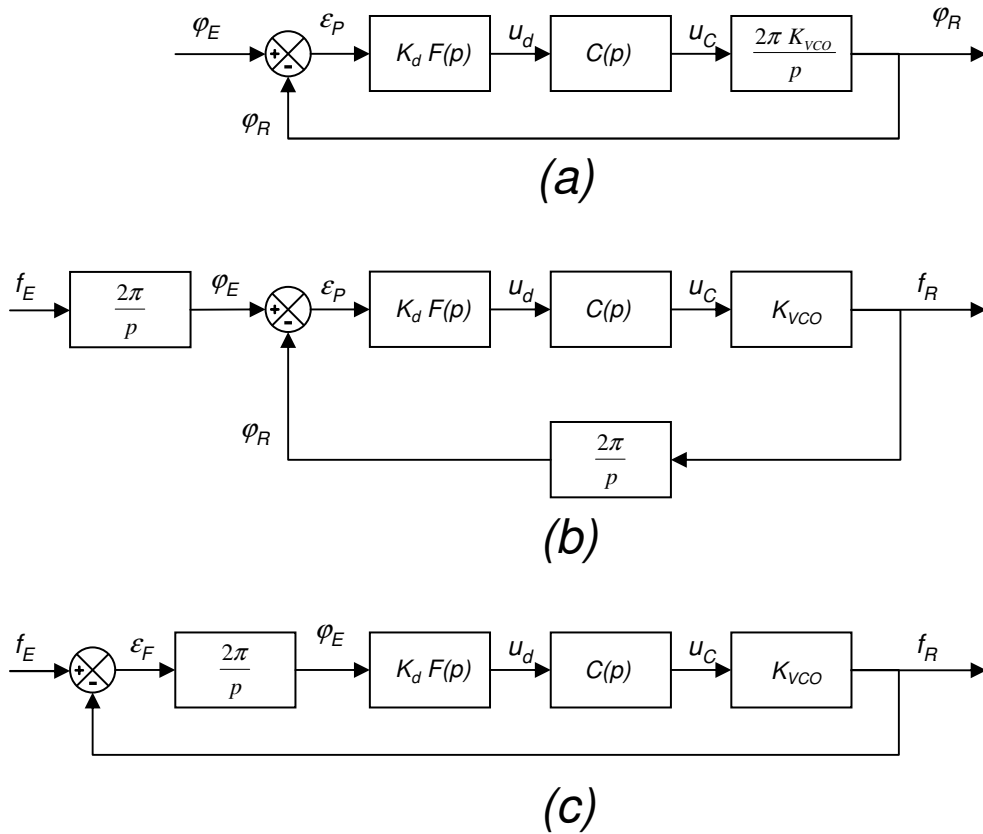


FIG. 2.11 – Schémas blocs de l'asservissement : (a) en phase ; (b) et (c) : en fréquence. La figure (c) correspond à une modification de la figure (b) afin d'avoir un retour unitaire.

Les équations 2.4, 2.7 permettent d'en déduire le schéma bloc de l'asservissement (figure 2.11(a)), en raisonnant sur les phases. Cet asservissement est à retour unitaire. On appellera ε_P l'erreur de phase de cet asservissement.

En utilisant la relation 2.5, cet asservissement peut se mettre sous la forme d'un asservissement de fréquence, ce qui est représenté par la figure 2.11(b) ou (c). On appellera ε_F l'erreur de fréquence de cet asservissement.

2.3.5 Analyse de l'asservissement

Fonctions de transfert et stabilité

Les figures 2.11 (a) et (c) montrent que les deux boucles en phase et en fréquence sont analogues. Si $FTBO$ désigne la fonction de transfert en boucle ouverte, on a, en supposant que le filtre de boucle $F(p)$ est un filtre du premier ordre de gain statique G_0 et de constante de temps τ , et que le correcteur est un simple correcteur proportionnel de gain K_c :

$$\begin{aligned} FTBO(p) &= \frac{2\pi K_d F(p) K_c K_{VCO}}{p} \\ &= \frac{2\pi K_d F(p) K_c K_{VCO}}{p(1 + \tau p)} \\ &= \frac{K}{p(1 + \tau p)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Il s'agit donc d'un filtre du second ordre, de gain $K > 0$: la boucle fermée est donc inconditionnellement stable. On conçoit bien sur cette expression qu'un filtre de boucle d'ordre plus élevé pourra rendre la boucle instable. En outre, l'ordre de la boucle correspond à l'ordre du filtre+1, en raison de la présence d'un intégrateur.

Précision de la boucle

La fonction de transfert est identique, que l'on raisonne en fréquence ou en phase. Nous allons dans un premier temps étudier la précision en phase, puis voir ce qui se passe en fréquence. On rappelle que l'erreur ε_n d'ordre n est donnée par l'expression :

$$\varepsilon_n = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pE(p)}{\underbrace{1 + FTBO(p)}_{\varepsilon_n(p)}}$$

Erreur de phase Nous allons voir les erreurs statique (ordre 1 : saut de phase) et l'erreur de trainage (ordre 2 : phase linéaire, correspondant donc à une signal sinusoïdal en entrée) :

- Erreur statique : $E(p) = \frac{\Delta\Phi_0}{p}$. On a alors :

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(p) &= \frac{p \frac{\Delta\Phi_0}{p}}{1 + \frac{K}{p(1+\tau p)}} \\ &\underset{p \rightarrow 0}{\sim} \frac{p \Delta\Phi_0}{K} \\ &\xrightarrow{p \rightarrow 0} 0 \end{aligned}$$

Il n'y a donc pas d'erreur de phase en régime permanent lorsqu'on soumet la boucle à un saut de phase ⁶.

Remarque : lorsque l'on affirme qu'il n'y a pas d'erreur de phase, cela signifie que la différence des phases, en régime dynamique, est nulle. Mais il ne faut pas oublier que cette différence de phase que l'on étudie et qui intervient dans le schéma bloc, est un écart de phase par rapport au point de polarisation : l'écart de phase vaudra en pratique $-\frac{\pi}{2}$.

- Erreur de trainage : $E(p) = \frac{\Delta\Phi_0}{p^2}$. On a alors :

$$\begin{aligned}\varepsilon_0(p) &= \frac{p \frac{\Delta\Phi_0}{p^2}}{1 + \frac{K}{p(1+\tau p)}} \\ &\underset{p \rightarrow 0}{\sim} \frac{\Delta\Phi_0}{K} \\ &\neq 0\end{aligned}$$

Il y a donc une erreur non nulle de trainage. Afin de minimiser cette erreur, on peut agir sur le correcteur proportionnel, en veillant en pratique à ne pas avoir trop de dépassements ⁷.

Erreur de fréquence La fonction de transfert étant la même, l'erreur statique de fréquence est nulle en régime permanent et l'erreur de trainage est donc constante. Considérons donc un échelon de fréquence. La fréquence de la boucle (en sortie du VCO) est donc identique à la fréquence d'entrée. Le système est bien asservi (si la boucle est verrouillée bien entendu). Ce système permet donc d'asservir parfaitement la fréquence.

Mais l'erreur de phase sous ces conditions est non nulle, de valeur finie : n'oublions pas que la phase est obtenue par intégration de la fréquence. Ainsi, si on considère un échelon de fréquence Δf_E en entrée (erreur statique de fréquence), cela revient à considérer une phase d'entrée : $\varphi_E(p) = \frac{2\pi\Delta f_E}{p^2}$ (erreur de trainage de phase). D'après les résultats précédents, on a alors une erreur de phase qui vaut : $\varepsilon = \frac{2\pi\Delta f_E}{K}$. Ainsi, lors d'un saut de fréquence, l'écart de phase ne vaut plus 0 (ou $-\frac{\pi}{2}$), mais dépend de la fréquence du signal d'entrée.

2.4 Phénomènes non-linéaires

Pour étudier facilement la PLL en régime dynamique dans le paragraphe précédent, nous avons linéarisé toutes les caractéristiques de la boucle. Une telle étude est

⁶Ce résultat est important car il permet de justifier l'emploi des PLL dans les modulations numériques de phase (type PSK). La PLL pourra donc récupérer les sauts de phase et donc démoduler le signal.

⁷la fonction de transfert réelle est un peu différente ; n'oublions pas que les caractéristiques ne sont pas forcément linéaires. Si le gain est trop grand, le système, qui en théorie est stable, pourra en pratique devenir instable. Il faudrait en toute rigueur raisonner sur la marge du système et assurer une marge suffisante...

donc valable pour des petites variations autour du point de polarisation. Une étude en régime non-linéaire, plus générale, permet de comprendre l'existence des plages de verrouillage et de capture. Nous allons, sur un exemple simple, montrer quelles peuvent être les origines de la plage de verrouillage.

2.4.1 Plage de verrouillage

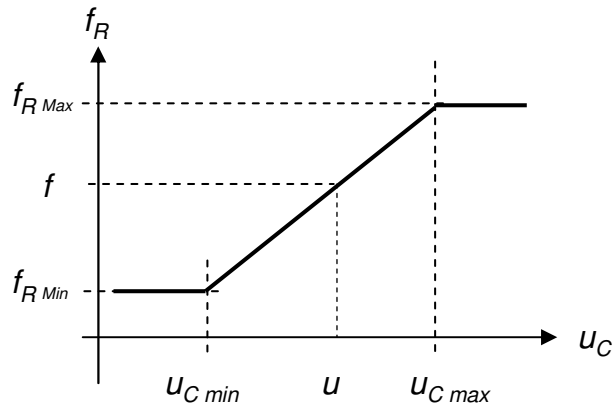


FIG. 2.12 – Caractéristique non linéaire du VCO.

Supposons que la caractéristique du comparateur de phase soit linéaire, et que celle du VCO présente deux saturations, comme le montre la figure 2.12. Partons du point de polarisation $(u_c, f_R) = (u, f)$ (on a donc $f_E = f_R$). Augmentons la fréquence d'entrée f_E . Tant que $f_E < f_{R \max}$, la boucle reste verrouillée et l'asservissement est bien réalisé : la tension u_c augmente afin d'avoir une erreur en fréquence nulle. On a donc $f = f_E$. Puis on arrive au point $(u_c, f_R) = (u_{c \max}, f_{R \max})$. Si f_E augmente encore, le comparateur de phase, qui est linéaire, va fournir une tension $u_c > u_{c \max}$. Le VCO n'est alors plus en régime linéaire, mais en régime de saturation : f_R reste constante égale à $f_{R \max}$. Une erreur statique de fréquence apparaît : $f_E \neq f_R$. La boucle décroche (ie se déverrouille). Sur cet exemple simple, on voit donc que la plage de verrouillage est due à la non-linéarité du VCO, et plus précisément à l'existence de bornes de sa zone linéaire.

Un autre exemple est le multiplieur : lorsque le déphase atteint les points 0 ou $-\pi$, la boucle décroche, puisque la pente change de signe (et que l'on se rapproche alors du point instable). En outre, ce comparateur fait intervenir une caractéristique en cosinus, donc non-linéaire ... que l'on ne peut donc pas traiter avec les outils classiques de l'asservissement.

En pratique, il faudrait tenir compte de toutes les non-linéarités (comparateur de phase, filtres, VCO). Ces non-linéarités peuvent ne pas être aussi simple qu'une simple saturation (cf caractéristique réelle du comparateur à multiplieur, figure 2.7), ce qui rend cette étude difficile d'un point de vue analytique dans le cas général.

2.4.2 Plage de capture

Le phénomène de capture a également pour origine les non-linéarités présentes dans la boucle. L'étude mathématique de ce phénomène fait également appel à des asservissements non-linéaires et ne sera donc pas traité dans ce polycopié. L'idée consiste par exemple, à étudier les trajectoires du système dans le plan de phase $(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$, ces trajectoires devant ainsi converger vers un point attracteur afin que le système accroche.

2.5 Quelques applications

Les applications des boucles à verrouillage de phase sont nombreuses, dont nous détaillerons certaines dans les chapitres ultérieurs. Parmi toutes les utilisations possibles, nous évoquerons la synthèse de fréquence et l'utilisation dans les télécommunications.

2.5.1 Application à la synthèse de fréquence.

L'intérêt d'une PLL dans la synthèse de fréquence est de pouvoir générer plusieurs fréquences à partir d'une seule fréquence de référence générée par exemple par un quartz. De tels synthétiseurs sont présents dans les modules de réception de radio FM, de TV ou encore dans les téléphones portables. Ce type d'application est exclusivement réservé aux signaux numériques⁸. Nous ne donnerons dans ce paragraphe que le principe de base : de nombreuses architectures plus sophistiquées existent, mais ne seront pas décrites ici.

Considérons la figure 2.13(a). L'élément situé dans la boucle de retour est un diviseur de fréquence par N (entier) : il peut être réalisé par exemple à l'aide d'un compteur (succession de bascules). Cela signifie que si f_R est la fréquence du signal u_R , la fréquence du signal u'_R sera f_R/N . Si la boucle est bien réalisée, le verrouillage impose l'égalité des fréquences en entrée du comparateur de phase⁹, lorsque la boucle est bien entendu verrouillée : $f_R = f'_R$. On a alors : $f_R = N \times f_E$. Le signal de sortie du VCO, a donc une fréquence N fois supérieure à la fréquence du signal d'entrée : on a bien réalisé un nouveau signal avec une nouvelle fréquence à partir de f_E . L'idée consiste donc dans de tels synthétiseurs à utiliser plusieurs quartz, très stables en fréquences, et à générer autant de fréquences multiples que l'on souhaite à l'aide de différents diviseurs de fréquences.

Pour avoir plus de possibilités dans la réalisation des fréquences, on peut placer également un diviseur de fréquence par M avant le comparateur de phase et après le signal de référence (figure 2.13(b)). On obtient alors la relation : $f_R = \frac{N}{M} f_E$, ce qui augmente les combinaisons possibles.

⁸Il existe un grand nombre de puces électroniques, comportant en interne un comparateur de phase, des compteurs et qui permettent de réaliser facilement des synthétiseurs de fréquence en connectant un quartz, un filtre et un VCO. De tels synthétiseurs peuvent également être réalisés à l'aide de microcontrôleurs en "tout numérique".

⁹il faut bien sûr que le temps de réponse de la boucle le permette : on ne peut pas multiplier indéfiniment la fréquence d'entrée. Il faut alors tenir compte de la bande passante de la PLL, liée aux temps de réponse des différents éléments.

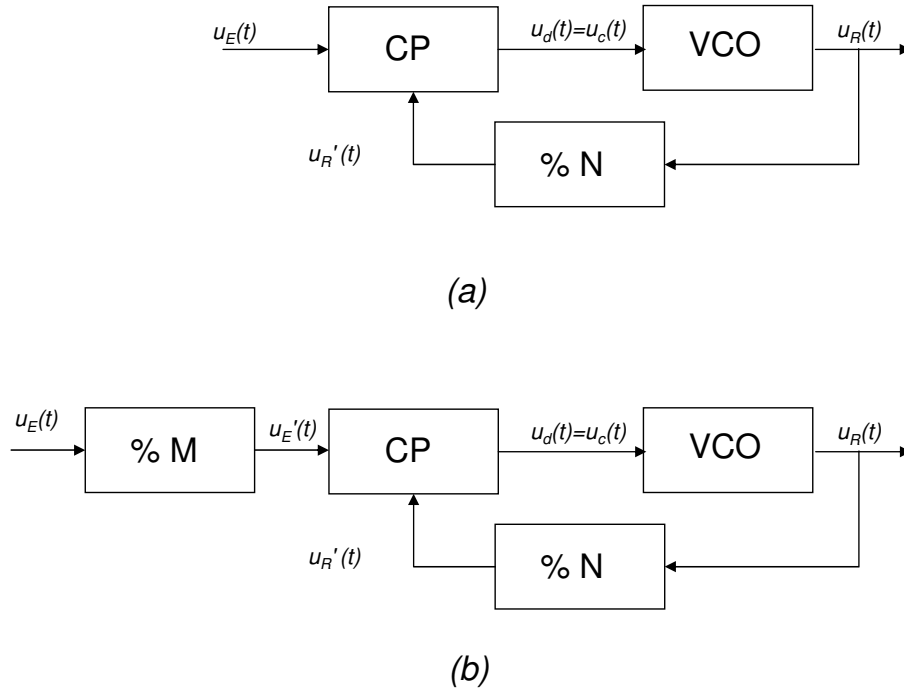


FIG. 2.13 – Synthèse de fréquence à l’aide d’une PLL. (a) : multiplication par un entier ; (b) : multiplication par une fraction.

2.5.2 Utilisation dans les télécommunications

Les télécommunications constituent un vaste domaine d’application des PLL : outre l’utilisation en tant que synthétiseur de fréquence pour générer une porteuse, on retrouve les PLLs dans la récupération de fréquence porteuse (que nous allons brièvement décrire), et dans les opérations de modulation/démodulation (non décrites dans ce chapitre).

Une PLL peut en effet être vue comme un filtre passe-bande très sélectif. Ce filtre sélectif va nous permettre de récupérer une fréquence, afin de pouvoir par exemple utiliser cette fréquence pour démoduler le signal. Considérons alors le spectre de la figure 2.14.

La première idée consiste à utiliser un filtre passe-bande ”classique”. Pour que le signal obtenu soit sinusoïdal, il faut que le filtre soit très étroit (très sélectif), c’est à dire que l’ordre doit être élevé (pour ne pas avoir les spectres voisins, représentés sur la figure par des carrés). Un tel filtre est souvent difficile à concevoir et le résultat est généralement peu satisfaisant.

Une autre idée consiste à utiliser une PLL dont la fréquence f_0 est contenue dans la plage de capture et dont la plage de verrouillage est inférieure à l’espace séparant les deux spectres carrés. Une telle PLL se verrouillera sur f_0 , et produira ainsi un signal périodique à la fréquence f_0 . En outre, si la fréquence initiale f_0 subit de petites variations, celles-ci seront reproduites parfaitement par la PLL, ce qui peut être intéressant pour une utilisation en démodulation. Enfin, le signal obtenu aura les mêmes caractéristiques en terme de stabilité que le signal initial à la fréquence

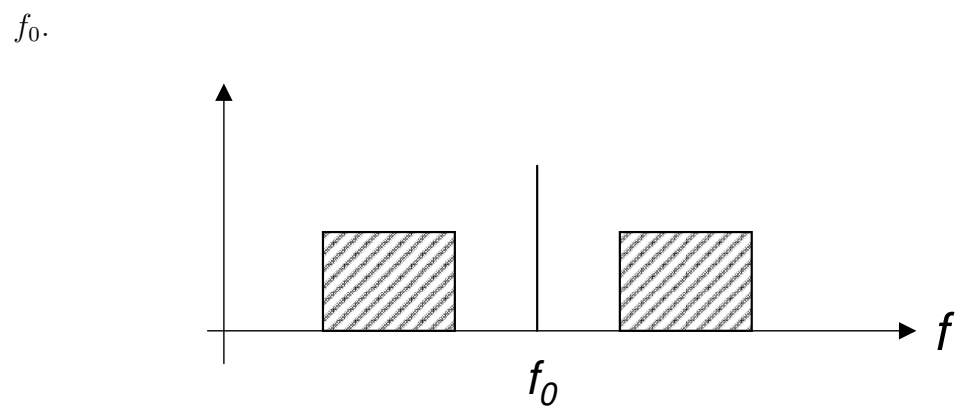


FIG. 2.14 – Exemple de spectre dans lequel il faut récupérer la fréquence à f_0 .